MIRIFICI LOGARITHMORVM CANONIS CONSTRVCTIO;

ET EORVM AD NATVRALES ipſorum numeros habitudines;

VNA CVM APPENDICE, DE ALIA eâque præſtantiore Logarithmorum ſpecie condenda.

Quibus acceſſere Propoſitiones ad triangula ſphærica faciliore calculo reſoluenda:

Vnà cum Annotationibus aliquot doctiſsimi D. HENRICI BRIGGII *in eas, & memoratam appendicem.*

Authore & Inuentore IOANNE NEPERO, Barone MERCHISTONII, &c. Scoto.

LVGDVNI,
Apud Bartholomæum Vincentium,
ſub Signo Victoriæ.

M. DC.XX.

Cum priuilegio Cæſar. Maieſt. & Chriſt. Galliarum Regis.

Digitized by Google

ROBERTVS NEPERVS AVCTORIS FILIVS LECTORI MATHESEOS STVDIOSO.

S.

ANTE aliquot annos (Lector Philomathes) Mirifici Logarithmorum Canonis vſum, memoriæ ſemper colendæ parens publici Iuris fecerat; eius verò ſyntaxin ac creandi methodum, vt ipſe monuit. Pag. 7ª. & vltimâ Logarithmorum, certo conſilio Typis committere noluit; donec quodnam eſſet eorum, qui in hoc doctrinæ genere verſati ſunt, de hoc Canone Iudicium ac cenſura exploratum habuiſſet. Mihi verò, poſt ipſius ex hâc vitâ commigrationem certis tecmeriis conſtat, Mathematicarum diſciplinarum peritiſſimos nouum hoc Inuentum plurimi facere; & nihil iis gratius accidere poſſe, quàm ſi Mirifici huius Canonis conſtructio, aut ea ſaltem, quæ ipſi aliquid lucis afferre poſſint, publicæ vtilitatis gratiâ in lucem prodeant. Quamuis igitur mihi probè perſpectum ſit, ipſum authorem huic opuſculo extremam manum non impoſuiſſe; feci tamen quantum in me fuit, vt horum honeſtiſſimo deſiderio ſatisfieret, eorumque ſtudiis præſertim qui imbecilliores ſunt, & in ipſo limine hærere ſolent, hac in parte conſuleretur. Nec dubito, quin hoc opus poſthumum multò perfectius ac elimatius in lucem prodiiſſet, ſi ipſi authori patri chariſſimo (in quo, ex optimorum hominum ſententiâ, inter alia præclara hoc eximiè eminebat, res difficillimas methodo certâ & facili, quàm

Digitized by Google

pauciſsimis expedire) Deus longiorem vitæ vſuram conceſsiſſet. Habes igitur (Lector beneuole) in hoc libello, doctrinam conſtructionis Logarithmorum (quos hîc numeros artificiales appellat? hunc enim tractatum, ante inuentam Logarithmorum vocem, apud ſe pro aliquot annos conſcriptum habuerat) copioſiſsimè explicatam? in qua eorum natura, ſymptomata, ac variæ ad naturales eorum numeros habitudines perſpicuè demonſtrantur. Viſum eſt etiam ipſi ſyntaxi ſubnectere Appendicem quandam, de alia Logarithmorum ſpecie multò præſtantiore condenda, (cujus, ipſe Inuentor in Epiſtola Rabdòlogiæ ſuæ præfixa meminit) & in qua Logarithmus vnitatis eſt 0. Hanc loco vltimo vltimus ejus labor excipit, ad vlteriorem Trigonometriæ ſuæ Logarithmicæ perfectionem ſpectans? nempe propoſitiones quædam eminentiſsimæ, in Triangulis ſphæricis non quadrantalibus reſoluendis, abſque eorum in quadrantalia aut rectangula diuiſione, & abſque caſuum obſeruatione: quas quidem Propoſitiones in ordinem redigere, & ordine demonſtrare ſtatuerat, niſi nobis morte præproperâ præreptus fuiſſet. Lucubrationes etiam aliquot, Mathematici excellentiſsimi D. Henrici Briggij publici apud Londìnenſes Profeſſoris, in memoratas Propoſitiones, & nouam hanc Logarithmorum ſpeciem, Typis mandari curauimus? qui noui huius Canonis ſupputandi laborem grauiſsimum, pro ſingulari amicitia quæ illi cum Patre meo L. M. interceſsit, animo libentiſsimo in ſe ſuſcepit; creandi methodo, & vſuum explanatione Inuentori relictis. Nunc autem ipſo ex hac vita euocato, totius negotij onus doctiſsimi Briggij humeris incumbere, & Sparta hæc ornanda illi ſorte quadam obtigiſſe videtur. Hiſce interim (Lector) laboribus quibuſcunque fruere, & pro humanitate tua boni conſulito. Vale.

MIRIFICI

MIRIFICI LOGARITHMORVM CANONIS CONSTRVCTIO: (QVI ET TABVLA ARTIFICIALIS AB AVTHORE deinceps appellatur) eorumque ad naturales ipſorum numeros habitudines.

POSITIO PRIMA.

TABVLA * *Artificialis, eſt minima Tabula, cuius operâ facillimo computu omnium Geometricarum dimenſionum, motuumque ſublimium habetur notitia.* † Logarithm.

HÆc meritò minima dicitur, quia Tabulam ſinuum volumine non exſuperat: facillima, quia per eam omnes multiplicationes, diuiſiones, extractioneſque radicum grauiores euitantur: ſolis enim & perpaucis facillimiſque additionibus, ſubſtractionibus, & bipartitionibus omnes generaliter figuras motuſque metitur.

Hæc è numeris proportione continua progredientibus excerpitur.

Poſ. 2. *Continuarum progreſsionum, alia Arithmetica quæ per æqualia interualla progreditur: Alia Geometrica, quæ per inæqualia & proportionaliter creſcentia, aut deficientia incedit.*

Arithmetica progeſſio, vt 1,2,3,4,5,6,7, &c. vel 2,4,6,8,10,

12,14,16,&c. Geometrica verò, vt 1,2,4,8,16,32,64, &c. vel 243,81,27,9,3,1,

3. *In progreſsionibus requiritur accuratio, & operis facilitas. Accuratio fit, pro fundamento numeros maiores accipiendo: maiores autem numeri ex minoribus facillimè fiunt adiectis cyphris.*

Vt pro 100000, quem rudiores ſinum maximum faciunt, eruditiores ponunt 10000000, quò meliùs omnium ſinuum diſcrimen exprimatur. Vnde & eodem nos pro ſinu toto & maximo proportionalium Geometricorum vtimur.

4. *In Tabulis computandis etiam ex numeris maioribus maiori fiant, interpoſitâ periodo inter numerum ipſum & cyphras adiectas.*

Vt ex 10000000, nos initio computationis facimus 10000000. 0000000, ne minutiſſimus error frequenti multiplicatione in immenſum creſceret.

5. *In numeris periodo ſic in ſe diſtinctis, quicquid poſt periodum notatur fractio eſt, cuius denominator eſt vnitas cum tot cyphris poſt ſe, quot ſunt figuræ poſt periodum.*

Vt 10000000. 04, valet idem, quod 10000000 $\frac{4}{100}$. Item 25.803. idem quod 25 $\frac{803}{1000}$. Item 9999998.0005021, idem valet quod 9999998 $\frac{5021}{10000000}$. & ſic de cæteris.

6. *E Tabulis iam computatis, reiici poſſunt fractiones poſt periodum locatæ, abſque vllo ſenſibili errore. In magnis enim noſtris numeris error inſenſibilis, & quaſi nullus habetur, qui vnitatem non exſuperat.*

Vt completâ Tabulâ pro 9987643. 8213051, qui ſunt 9987643 $\frac{8213051}{10000000}$, accipi poſſunt hi 9987643. abſque ſenſibili errore.

7. *Eſt preterèa alia accurationis formula: quum ſcilicet quantitas ignota, ſeu numero inexplicabilis, inter terminos numerales pluribus vnitatibus non differentes includitur.*

Vt poſitâ Diametro circuli partium 497, quia neſcitur præcisè quot partium ſit ambitus, ideo eruditiores ex Archimedis ſententiâ, eum inter terminos 1562, & 1561 incluſerunt. Item ſi coſtarum quadrati quælibet ſit partium 1000, erit diagonalis radix

lis radix quadrata numeri 2000000, quæ cùm ſit numero inexplicabilis, ideò per extractionem radicis quadratæ quæruntur eius termini, ſcilicet 1415 terminus maior, & 1414 terminus minor, vel $1414\frac{604}{2828}$ maior, & $1414\frac{604}{1829}$ minor: videlicet quanto minor terminorum differentia ſit, tanto maior accuratio.

8. *Vice ipſarum quantitatum ignotarum, termini earum ſunt addendi, ſubſtrahendi, multiplicandi, aut diuidendi prout opus fuerit,*

9. *Adduntur bini alicuius quantitatis termini ad binos terminos alterius, quum minor illius minori huius, & maior illius maiori huius additur.*

Vt ſit linea *a b c*, in duas quantitates *a b*, & *b c* diuiſa; ſit *a b* inter terminos 123.5 maiorem, & 123.2 minorem: ſitque *b c* inter terminos 43. 2. maiorem, & 43. 1 minorem. Additis ergo maiore ad maiorem, & minore ad minorem, fiet tota quantitas *a c* inter terminos 166,7 & 166. 3.



Multiplicantur bini alicuius quantitatis termini per binos terminos alterius, quum minor illius in minorem huius, & maior illius in maiorem huius ducitur.



Vt ſit altera quantitas *a b*, quæ ſit inter terminos 10.502 maiorem, & 10.500 minorem; altera verò *a c*, quæ ſit inter terminos 3. 216 maiorem, & 3. 215 minorem. Vnde ductis 10.502 in 3. 216, & 10. 500 in 3. 215, prouenient termini 33. 774432, & 33. 757500; inter quos erit area *a b c d*.

10. *Terminorum ſubſtractio fit, terminum maiorem minoris quantitatis à minore maioris, & minorem minoris à maiore maioris auferendo.*

Vt in ſchemate primo, ſi ex terminis *a c*, qui ſunt 166.7 & 166.3, ſubduxeris terminos *b c*, qui ſunt 43. 2 & 43. 1, fient 123.6 & 123.1 pro terminis *a b*; & non 123. 5 & 123. 2. Nam licet etiam horum additio ad 43. 2 & 43.1, producebat 166.7 & 166. 3, (per octauam) non tamen è conuerſo ſequetur

quetur, quin aliquid poſſit eſſe inter 166.7 & 166.3, ex quo ſi ſubſtraxeris aliquid quod ſit inter 43.2 & 43.1, remaneret id quod non ſit inter 123.5 123.2: verùm non eſſe id inter terminos 123.6 & 123.1 eſt impoſſibile.

11. *Diuiſio fit, partiendo terminum maiorem diuidendi per minorem diuiſoris, & minorem diuidendi per maiorem diuiſoris.*

Vt in præcedente figura, quadratum *a b c d* inter terminos 33.774432 & 33.757500 conſtitutum diuidatur per terminos *a c*, qui ſunt 3.216 & 3.215, prouenient 10.505.$\frac{857}{3215}$ & 10.496$\frac{2364}{3216}$ pro terminis *a b*; & non 10.502 & 10.500, eâdem ratione, quam in ſubſtractione diximus

12. *Rudes terminorum fractiones delendæ ſunt addita vnitate ad terminum maiorem.*

Vt pro terminis *a b* præcedentibus; ſcilicet 10.505.$\frac{857}{3215}$ & 10.496$\frac{2364}{3210}$, capiantur 10.506 & 10.496.

Hactenus de accuratione, ſequitur de facilitate operis.

12. *Omnis progreſsionis Arithmeticæ facilis eſt constructio, Geometricæ autem non omnis.*

Patet hoc, ſiquidem additione & ſubſtractione fit facillimè Arithmetica progreſsio: geometrica verò, difficillimis multiplicationibus, diuiſionibus, & radicũ extractionibus continuatur.

Solæ Geometricæ illæ progreſsiones facilè continuantur, quæ per ſubſtractionem facilis partis numeri à numero toto oriuntur.

14. *Partes numeri faciles dicimus, partes quaslibet cuius denominationes vnitate & cyphris quotcunque notantur: habentur autem hæ partes, reiiciendo tot figuras vltimas principalis numeri, quot ſunt cyphræ in denominatore.*

Vt partes decima, centeſima, milleſima, 10000^a, 100000^a, 1000000^a, 10000000^a, faciles dicuntur, quia cuiuslibet numeri decima pars habetur delendo eius vltimam figuram; centeſima duas vltimas, milleſima tres vltimas figuras, & ſic de cæteris, ſemper delendo tot figuras vltimas quot ſunt cyphræ in denominatione partis. Vt decima pars huius 99321 eſt 9932, eius autem centeſima eſt 993, milleſima 99, &c.

15. *Mediocriter etiam facilè habentur partes dimidia, vigeſima, ducen-*

Digitized by Google

ducenteſima, & aliæ per binarium & cyphras denominatæ; reiiciendo tot figuras vltimas principalis numeri, quot ſunt cyphræ in denominatore, & reliquum bipartiendo.

Vt numeri 9973218045 pars 2000ª eſt 4986609, pars 20000ª eſt 498660.

16. *Hinc ſequitur, ſi à ſinu toto ſeptem cyphris aucto, cæteriſque inde ortis ſuam* 10000000ᵃᵐ *partem ſubſtraxeris, continuari poſſunt quam facillimè centum numeri, in ea proportione Geometrica, quæ eſt inter ſinum totum & ſinum eo minorem vnitate, ſcilicet* 10000000 *&* 9999999; *hancque ſeriem proportionalium primam Tabulam nominamus.*

Prima Tabula.

10000000.0000000
1.0000000
9999999.0000000
.9999999
9999998.0000001
.9999998
9999997.0000003
.9999997
9999996.0000006
continuando vſque ad
9999900.0004950

Vt ex ſinu toto aucto ſeptem cyphris (maioris accurationis gratiâ) ſic 10000000.0000000 aufer 1.0000000, fient 9999999.0000000: ex quibus aufer .9999999, fient 9999998.0000001; & ſic proſequaris vt a latere, donec centum creaueris proportionalia, quorum vltimum (ſi rectè computaueris) erit 9999900.0004950.

17. *Tabula ſecunda progreditur à ſinu toto ſex cyphris aucto, per quinquaginta numeros alios deficientes proportionaliter, ea proportione quæ facillima eſt, & quàm proxima proportioni, quæ eſt inter primum & vltimum primæ Tabulæ.*

Digitized by Google

Secunda Tabula.

10000000. 0000000
100. 000000
9999900. 000000
99. 999000
9999800. 001000
99. 998000
9999700. 003000
99. 997000
9999600. 006000
&c. vſque ad
9995001. 222927

Vt primæ Tabulæ primum & vltimum ſunt 10000000.0000000, & 9999900.0004950; in quorum proportione, difficile eſt conſtituere quinquaginta proportionales numeros. Proxima itaque facilis proportio, eſt 100000 ad 99999; quæ continuatur ſatis exactè adiiciendo ſinui toti ſex cyphras, & auferendo ab antecedente ſuam partem 100000^{am}, vt fiat ſubſequens, vt à latere vides: & hæc Tabula præter primum qui eſt ſinus totus, etiam quinquaginta contineat proportionales numeros, quorum vltimum (ni erraueris) reperies eſſe 9995001. 222927.

18. *Tertia Tabula ſexaginta nouem columnis conſtat, & in qualibet columna ponuntur numeri viginti & vnus, progredientes ea proportione qua facillima eſt, & quàm proxima illi proportioni qua eſt inter primum & vltimum ſecundæ Tabulæ.*

Vnde huius prima columna facillimè habetur à ſinu toto quinque cyphris aucto, & à cæteris inde ortis ſuam 2000^{im} *partem auferendo.*

Prima Columna tertiæ Tabulæ.

10000000. 00000
5000. 0000
9995000. 00000
4997. 50000
9990002. 50000
4995. 00125
9985007. 49875
4992. 50374
9980014. 99501
&c. vſque ad
9900473. 57808

Vt quia inter 10000000: 000000 primum ſecundæ tabulæ, & 9995001. 222927 eiuſdem vltimum, proportio difficilis eſt progreſſionis; ideò in proportione facili 10000 ad 9995 (quæ illi propinqua ſatis eſt) conſtituendi ſunt numeri viginti & vnus; quorum vltimus (ni erraueris) erit 9900473. 57808 A quibus iam creatis, reiici poteſt vltima ſingulorum figura abſque ſenſibili errore, quò faciliùs ab iis alij poſteà creentur.

Primi

Digitized by Google

19. *Primi numeri omnium columnarum, progrediuntur à ſinu toto quatuor cyphris aucto, eâ proportione facillimâ & proximâ proportioni, quæ eſt inter primum & vltimum primæ columnæ.*

Vt primæ columnæ primus & vltimus ſunt 10000000.0000, & 9900473.5780: his proportio facillima maximè propinqua eſt 100 ad 99. A ſinu igitur toto continuandi ſunt 68 numeri in ratione 100 ad 99, auferendo à quolibet eorum ſuam centeſimam partem.

20. *Eâdem proportione, à primæ columnæ numero ſecundo, per omnium columnarum ſecundos: & à tertio, per tertios: & à quarto, per quartos: & à cæteris reſpectiue, per cæteros ſit progreſsio.*

Vt ex antecedentis columnæ numero aliquo fit numerus eiuſdem ordinis in ſequenti columna, ſubſtrahendo ſuam centeſimam partem, numeroſque hoc qui ſequitur ordine conſtituendo.

PROPORTIONALIA TERTIÆ TABVLÆ.

Prima Columna.	*Secunda Col.*
10000000.0000	9900000.0000
9995000.0000	9865050.0000
9990002 5000	9890102. 4750
9985007. 4987	9885157. 4237
9980014. 9950	9880214. 8451
&c. vſq; ad	&c. deſcendo ad
9900473. 5780	9801468. 8423

Tertia Col.	*Inde 4a. 5a &c. vſq. ad 69um column.*	
9801000. 0000	&c. vſque ad	5048858. 8900
9796099. 5000	&c. vſque ad	5046334. 4605
9791201. 4503	&c. vſque ad	5043811. 2932
9786305. 8495	&c. vſque ad	5041289. 3879
9781412. 6967	&c. vſque ad	5038768. 7435
&c. deſcēdendo ad		vſque tādem ad
9703454. 1539	vſque tandem ad	4998609 4034

21. *In tertia ergo Tabula, habes inter ſinum totum, & medium ſinus totius, interiectos ſexaginta octo numeros in proportione vt* 100 *ad* 99; *& rurſus inter ſingulos binos horum, interiectos viginti numeros in proportione vt* 10000 *ad* 9995: *& rurſus inter binos primos horum, ſcilicet inter* 10000000 *&* 9995000, *habes in ſecunda Tabula interiectos* 50 *numeros, in proportione vt* 100000 *ad* 99999: *& tandem inter binos primos horum, habes in prima Tabula interiectos centum numeros, in proportione vt* 10000000 *ſinus totius ad* 9999999; *quorum differentia quum ſit tantum vnitatis, non eſt opus eam (interiectis mediis) minutiùs partiri. Vnde hæ tres tabulæ (poſtquam completæ fuerint) ad tabulam † artificialem computandam ſufficient.*

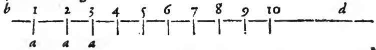
†Logarithm.

Hucuſque ſinus ſeu numeros naturales proportione geometrica progredientes tabulis facillimè inſerere docuimus.

22. *Supereſt Tabulæ ſaltem tertiæ, apud ſinus ſiue numeros naturales geometricè decreſcentes, ſuos † numeros artificiales Arithmeticè creſcentes inſerere.*

†Logarithm.

23. *Arithmeticè creſcere, eſt æqualibus temporibus æquali ſemper quantitate augeri.*



Vt ex puncto *b* fixo verſus *d*, infinitè producatur linea: in qua, ex *b* verſus *d* procedat punctus *a*, mouens ea lege, vt æqualibus temporis momentis æqualibus feratur ſpatiis: quæ ſint *b* 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, &c. Dico hoc incrementum per *b* 1, *b* 2, *b* 3, *b* 4, *b* 5, &c. Arithmeticum dici. In numeris autem ſint *b* 1, 10: *b* 2, 20: *b* 3, 30: *b* 4, 40: *b* 5, 50. Dico 10, 20, 30, 40, 50, &c. Arithmeticè creſcere: quia æqualibus momentis, æquali numero denarij ſemper augeri intelliguntur.

24. *Geometricè decreſcere, eſt æqualibus temporibus quantitatem primò totam, inde aliam atque aliam eius partem ſuperſtitem, ſimili ſemper proportionali parte diminui.*



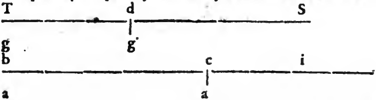
Vt

Vt ſit linea ſinus totius T S, in hac moueatur punctus G, à T in 1 verſus S. quantoque tempore defertur à T in 1, quæ ſit (exempli gratia) decima pars T S: tanto idem G tempore moueatur ab 1 in 2, quæ ſit decima pars 1 S: & à 2 in 3, quæ ſit decima pars 2 S: & à 3 in 4, quæ ſit decima pars 3 S, & ſic de cæteris. Dico hos ſinus T S. 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. dici Geometricè decreſcere: quia inæqualibus ſpatiis proportione ſimilibus & tempore æqualibus diminuuntur. In numeris ſit T S, 10000000: 1 S, 9000000: 2 S, 8100000: 3 S, 7290000: 4 S, ſit 6561000, &c. Dico hos ſinuum numeros, æqualibus temporibus ſimili proportione diminutos, dici Geometricè decreſcere.

35. *Vnde punctus mobilis Geometricè ad fixum accedens, velocitates ſuas prout diſtantias, à fixo proportionatas habet.*

Vt repetito præcedenti Schemate, dico quum mobilis punctus geometricus G eſt in T, eius velocitas eſt vt diſtantia T S: & quum G eſt in 1, eius velocitas eſt vt 1 S: & quum in 2, eius velocitas eſt vt 2 S, & ſic de cæteris. Atque ita quæ eſt proportio diſtantiarum T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. ad inuicem, ea etiam erit proportio velocitatum G in punctis T, 1, 2, 3, 4, &c. ad inuicem. Nam magis minúſve velox punctus arguitur, prout magis minúſve longè ſub æqualibus temporibus ferri conſpicitur. Qualis itaque proceſſus ratio, talem etiam & velocitatum eſſe neceſſe eſt: at talis eſt ſub æqualibus temporibus ratio proceſſuum T 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, &c. qualis diſtantiarum T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. vt mox docebimus. Vnde neceſſariò qualis habitudo diſtantiarum G ab S, videlicet T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. inuicem; talis etiam eſt velocitatum G in punctis T, 1, 2, 3, 4, &c. quod erat demonſtrandum. At quòd proceſſuum T 1, 1 2, 2 3, 3 4, 4 5, &c. talis ſit ratio, qualis diſtantiarum T S, 1 S, 2 S, 3 S, 4 S, &c. patet: quia quantitatum proportionaliter continuatarum differentiæ etiam in eadem proportione continuantur. At hæ diſtantiæ (per hypotheſim) proportionaliter continuantur, & illi proceſſus ſunt harum differentiæ: quare eadem proceſſus qua diſtantias ratione continuari certum eſt.

26. † *Numerus artificialis ſinus, dati eſt qui Arithmeticè crevit tantâ ſemper velocitate, quantâ ſinus totus incepit Geometricè decreſcere: tantoque tempore, quanto ſinus totus in ſinum illum datum decrevit.*

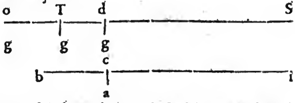


Sit ſinus totus linea T S, ſinus datus in eadem linea d S: certis quibuſdam momentis moveatur g Geometricè à T in d. Sitque alia linea b i verſus i infinita, in qua ex b moveatur a Arithmeticè, eâdem velocitate quâ g primò cùm erat in T: totidemque temporis momentis procedat a ex b fixo verſus i uſque in c punctum: dicetur numerus metiens b c lineam numerus artificialis ſinus d S dati.

Vnde ſinus totius nihil eſt pro artificiali.

Nam ex Schemate, cùm g eſt in T faciens ſuam diſtantiam ab S ſinum totum, punctus Arithmeticus a incipiens in b, nuſquam inde proceſſit. Vnde ex definitione diſtantiæ, ſinus totius nullus erit artificialis.

Hinc etiam ſequitur, quod cujuſlibet dati ſinus numerus artificialis, major eſt differentia inter ſinum totum, & ſinum datum: & minor differentia quæ eſt inter ſinum totum, & quantitatem eo majorem in eadem ratione, quæ eſt ſinus totius ad datum. Atque hæ differentiæ dicuntur ideò termini artificialis.



Vt repetito præcedenti Shemate, protractâq; lineâ S T, ultra T in o, Ita ut S o ſe habeat ad T S. ut T S ad d S. Dico ſinus d S numerum artificialem b c, majorem eſſe quàm T d, & minorem quàm o T. Quanto enim tempore g ab o in T fertur, tanto & g à T in d feretur (per 24) quia o T eſt tanta pars o S, quanta T d eſt lineæ T S, tantoque tempore (per definitionē artificialis

feretur

feretur & à b in citra ut o T, T d, & b c ſint æqualium temporum proceſſus. At quia g inter T & o mouens, velocior eſt quàm in T, & inter T, & d tardior, in T autem g æqui velox eſt atque a (per 26. Sequetur proceſſum o T quem g iam velox facit, maiorem eſſe: & T d proceſſum quem g tardus facit, minorem eſſe: & b c proceſſum (quem pùnctus a mediocri ſuo motu totidem etiam temporis momentis perficit) medium quoddam eſſe inter vtrumque, quod erat demonſtrandum. Numeri itaque artificialis quem b c deſignat, dicitur o T terminus maior, & T d terminus minor.

29. *Dati itaque ſinus artificiales terminos exhibere.*

Ex præmiſſa probatur minorem terminum relinqui, ablato ſinu dato à ſinu toto; & maiorem terminum produci, multiplicato ſinu toto in terminum minorem, & producto diuiſo per ſinum datum, vt ſequenti exemplo.

30. *Vnde prima Tabulæ primum proportionale, quod eſt 9999999, habet ſuum artificialem numerum inter terminos* 1.0000001, *&* 1.0000000.

Nam per præmiſſam aufer *9999999* à ſinu toto cyphris aucto fiet unitas cum ſuis cyphris pro minore termino: hanc vnitatem cyphris auctam, & multiplicatam in ſinum totum, diuide per *9999999*, & fient 1 0000001; ſiue (ſi majorem accurationem requiris) 1.00000010000001 pro majore termino.

31. *Inſenſibili differentia diſtantes termini ipſi, ſiue inter eos quidvis pro numero artificiali vero habetur.*

Vt in ſuperiori exemplo, ſinus hujus *9999999*. artificialis numerus habetur hic 1.0000000, ſiue hic 1.00000010, ſiue omnium optimè hic 1.0000005: quia enim ipſi termini 1.0000001 & 1.0000000, inſenſibili fractione vtpote $\frac{1}{10000000}$ differunt ab inuicem: ideò & ipſi, & quicquid inter eos eſt, multò minùs, multóque inſenſibiliore errore, à vero different artificiali inter hos terminos conſtituto.

32. *Quotcunque ſinuum Geometrica proportione à ſinu toto deficientium, vnius artificiali numero aut terminis datis, cæterorum etiam dare.*

Conſequitur hoc neceſſariò incrementi Arithmetici, decrementi

menti Geometrici, & numeri artificialis definitiones: ſiquidem per illas, vt ſinus Geometrica proportione decreſcunt continuò: ita interim ſui artificiales, continuo Arithmetico progreſſu per æqualia accreſcunt. Vnde cuilibet ſinui Geometricæ progreſsionis decreſcendo, reſpondet ſuus artificialis Arithmeticæ progreſſionis creſcendo: primo ſcilicet primus, & ſecundo ſecundus, & ſic deinceps.

Ita vt ſi primus artificialis, reſpondens primo ſinui poſt ſinum totum detur, ſecundus artificialis erit eius duplum, tertius triplum, & ſic de cæteris: donec omnes omnium artificiales innoteſcant, vt ſequenti exemplo patebit.

33. *Hinc omnium ſinuum proportionalium prima Tabulæ, numeri artificiales inter terminos propinquos includi, & per conſequens exactè ſatis dari poſſunt.*

Vt cùm ſinus totius artificialis ſit 0 (per 27) & primi poſt ſinum totum, qui eſt *9999999* in prima Tabula, artificialis ſit (per 30) inter terminos 1.0000001, & 1.0000000: neceſſariò ſecundi poſt ſinum totum, qui eſt *9999998*.0000001, artificialis continebitur inter dupla illorum terminorum: ſcilicet inter 2.0000002 & 2.0000000: & tertij *9999997*.00000003, inter eorundem tripla; ſcilicet inter 3.0000003 & 3.0000000. Et ſic in cæteris, æqualiter ſemper augendo terminos interuallo primorum terminorum: donec omnium proportionalium primæ Tabulæ artificiales terminos compleuetis. Poteris conſimili progreſſu, ſi libet, numeros ipſos artificiales exiguo & inſenſibili errore continuare hoc ordine: pro ſinus totius artificiali, erit 0: pro primi poſt ſinum totum artificiali, erit 1.00000005 (per 31:) pro ſecundi, 2.00000010: pro tertij, 3.00000015. Et ita deinceps.

34. *Differentia artificialium ſinus totius & ſinus dati, eſt ipſius dati artificialis.*

Patet hoc, quum enim ſinus totius artificialis ſit nihil per 27, hoc nihilo ex artificiali dati ſubducto, ipſum integrum artificialem dati remanere neceſſe eſt.

35. *Duorum artificialium differentia, addenda eſt ad artificialem maioris ſinus eorundem, vt habeas artificialem minoris; & ſubſtrahenda ab artificiali minoris ſinus, vt habeas artificialem maioris.*

Neceſ-

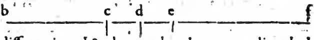
Neceſſariò hoc fit, ſiquidem creſcunt artificiales decreſcentibus ſinibus, atque minor eſt artificialis maioris ſinus, & maior minoris. Ideóque æquum eſt differentiam addere minori artificiali, vt habeas artificialem maiorem licet minoris ſinus: & contrà, auferre differentiam à maiore artificiali, vt habeas minorem artificialem licet maioris ſinus.

36. *Similiter proportionatorum ſinuum ſunt æqui-differentes artificiales.*

Conſequitur hoc neceſſariò definitiones artificialium & motuum: Nam cùm per eas, Geometrico decremento ſimiliter proportionato, reſpondet Arithmeticum incrementum æquale ſemper: neceſſariò ſimiliter proportionatis ſinibus, reſpondere æqui differentes artificiales & numeros, & numerorum terminos concludimus, Vt in ſuperiori exemplo primæ Tabulæ, quia ſimilis eſt proportio inter primum proportionale poſt ſinum totum *9999999*.0000000, & tertium *9999997*. 0000003: ei quæ eſt inter quartum *9999996*, 0000006, & ſextum *9999994*. 0000015. Ideò numerus artificialis iſte 1. 00000005 primi, differt ab artificiali iſto 3. 00000015 tertij, eadem differentia, qua artificialis iſte 4. 00000020 quarti, differt ab artificiali iſto *6*.00000030 ſexti proportionalis. Eadem etiam eſt æqualitatis ratio inter differentias terminorum artificialium adinuicem; videlicet tam minorum inter ſe, quàm etiam maiorum inter ſe, quorum ſinus ſunt ſimiliter proportionati.

37. *Vt trium ſinuum in proportione Geometrica continuatorum, quadratum medij æquatur facto ex ductis inuicem extremis: Ita in ſuis artificialibus numeris, duplum medii æquatur aggregato extremorum. Vnde horum artificialium duobus quibuſcunque datis, tertius innoteſcit.*

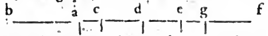
Quia horum trium ſinuum, ratio quæ eſt inter primum & ſecundum, ſimilis eſt rationi quæ eſt inter ſecundum & tertium: Ideò (per præmiſſam) ſuorum artificialium ea eſt differentia inter primum & ſecundum, quæ eſt inter ſecundum & tertium. Sit (verbi gratia) primus artificialis linea b c expreſſus, ſecundus linea b d, tertius linea b e: ſintque vnica linea b c d e comprehenſi hoc modo



ſint que differentiæ c d & d e æquales: horum medium b d dupletur, productâ linea hâc à b vltra e in f, ita ut b f ſit duplum b d. Dico b f æquari utriſque lineis, b c primi artificialis, & b e tertij: ab æqualibus enim b d & d f, aufer æqualia c d & d e: ſcilicet c d, à b d, & d e, à d f: & remanebunt b c & e f neceſſariò æqualia. Cùm itaque tota b f, æqualis ſit vtriſque b e & e f: ergo & vtriſque b e & b c æquabitur, quod erat demonſtrandum. Vnde ſequitur canon: ſi datum horum artificialium medium duplaueris, & inde ſubſtraxeris extremum datum, reliquum extremorum quæſitum innoteſcet: & ſi extrema data conjunxeris, & aggregatum hoc bipartiueris, medium fiet notum.

38. *Quatuor Geometricè proportionalium, ſicut factum ex ductu mediorum, æquatur facto ex ductu extremorum: Ita ſuorum artificialium, aggregatum mediorum æquatur aggregato extremorum. Unde horum artificialium tribus quibuſcunque datis, quartum innoteſcit.*

Quia horum quatuor proportionalium, ratio quæ eſt inter primum & ſecundum, ſimilis eſt rationi quæ eſt inter tertium & quartum: Ideò (per penultimè præmiſſam) ſuorum artificialium, ea eſt differentia inter primum & ſecundum, quæ eſt inter tertium & quartum. Tales itaque quantitates in linea b f ſupraſcripta ſumantur, vt hic, quarum b a primum artificialem, b c ſecundum, b e tertium, & b g quartum referat, factis differentiis.



a c & e g æqualibus: Ita ut d in medio c e poſitum, in medio a g etiam poni neceſſe eſt. Iam dico aggregatum b c ſecundi, & b e tertij, æquari aggregato b a primi, & b g quarti. Nam quia (per præmiſſam) duplum b d, quod eſt b f, æquatur vtrique b c & b e: quia differentiæ eorum à b d, videlicet c d & d e ſunt æquales. Eâdem ratione, & idem b f æquabitur vtriſque b a & b g: quia eorũ differentiæ à b d, videlicet a d & d g ſunt etiam æquales.

Quum

Quum itaque & aggregatum ex b a & b g, & aggregatum ex ex b c & b e, ſint iidem duplo b d, quod eſt b f æqualia: ergò & inter ſe æquabuntur, quod erat demonſtrandum. Vnde ſequitur canon, ſi quatuor horũ artificialium, ab aggregato extremorum datorum, ſubduxeris alterum mediorum cognitũ, relinquetur reliquum medium quod quærebatur: & ſi ab aggregato mediorum cognitorum ſubduxeris alterum extremorum cognitum, relinquetur extremum quæſitum.

30. *Duorum artificialium differentia, eſt inter duos terminos, ad quorum maiorem ſe habet ſinus totus, vt eorum artificialium minor ſinus ad ſinuum differentiam: & ad minorem terminum ſe habet ſinus totus, vt artificialium ſinus maior ad ſinuum differentiam.*



Sit ſinus totus T S, ſinus duo dati d S major, & e S minor: Vltra S T ſignetur puncto V diſtantia T V, ea lege, ut S T ſe habeat ad T V, ut e S minor ſinus, ad d e differentiam ſinuum. Deinde citra T verſus S, ſignetur puncto c diſtantia T c ea lege, vt T S ſe habeat ad T c, vt d S ſinus major, ad d e differentiam ſinuum. Dico differentiam artificialium reſpondentium ſinibus d S & e S, conſtitui inter terminos V T majorem, & T c minorem. Nam quia ex hypotheſi, vt e S ad d e, ita T S ad T V; & vt d S ad d e, ita T S ad T c ſe habent: ideò etiam ex natura (proportionalium) ſequuntur duæ concluſiones: Primò, quod V S ſe habet ad T S, vt idem T. ad c S. Secundò, quod ſimilis eſt ratio T S ad c S, rationi quæ eſt d S ad e S. Et propterea (per 36) differētia artificialium reſpondentium ſinibus d S & e S, æqualis eſt differentiæ artificialiũ reſpondentium ſinui toto T S, & ſinui c S. At hæc differentia (per 34) eſt artificialis ipſius ſinus c S: & hic artificialis inter terminos V T majorem, & T c minorem (per 28 poſ.) includitur: quia per primam concluſionem jam dictam, V s major ſinu toto ſe habet ad ſinum totum T s, vt idem T s ad c S. Vnde neceſſariò differentia artificialium reſpondentium ſinibus d S & e S, conſtituitur inter terminos V T majorem, & T c minorem, quod erat demonſtrandum.

40\. *Terminos differentiæ inter artificiales numeros duorum datorum ſinuum exhibere.*

Quum per præmiſſam, ſinus minor ſe habeat ad differentiam ſinuum, vt ſinus totus ad maiorem terminum differentiæ artificialium: & ſinus maior ſe habeat ad differentiam ſinuum, vt ſinus totus ad minorem terminum: ſequetur ex natura proportionalium, quod ducto ſinu toto per differentiam datorum ſinuum, orietur ex producto diuiſo per minorem datorum, maior terminus: & ex producto diuiſo per maiorem ſinuum, orietur minor terminus.

EXEMPLVM.

VT ſit ſinuum datorum maior 9999975. 5000000, minor autem 9999975. 0000300: quorum differentiâ. 4999700 ductâ in ſinum totum (adiectis priùs octo cyphris vtrique poſt punctum demonſtrationis gratiâ, licet alioquin ſeptem ſufficiant) quod hinc producitur, ſi per maiorem ſinum, ſcilicet per 9999975. 5000000 diuiſeris, prouenient. 49997122 octo figurarum poſt punctum pro minore termino. Sin quod producitur, per minorem ſinum, ſcilicet per 9999975. 0000300 diuiſeris, prouenient. 49997124 pro maiore termino: inter quos (vt demonſtratum eſt) conſtituitur differentia artificialium ſinuum datorum. Sed quia protractio huius fractionis in octauam figuram vltra punctum, eſt accuratio plusquam requiſita, præſertim cùm in ipſis ſinibus ſeptem tantum ponantur figuræ poſt punctum: ideò deletâ octauâ illâ ſiue vltimâ vtriuſque termini figurâ vterque terminus vnà cum ipſa artificialium differentia, in fractione. 4999712 ſtabiliri poteſt, abſque vel minimo ſcrupulo ſenſibilis erroris.

41\. *Sinuum vel numerorum naturalium, non in ipſos proportionales primæ Tabulæ, ſed prope vel inter eos cadentium: numeros artificiales, eorúmve ſaltem terminos inſenſibili differentia diſtantes exhibere.*

Sinui dato ſinum primæ Tabulæ proximum, ſiue minorem ſiue maiorem nota: huius tabulati ſinus terminos artificiales (per 33) quære, & inuentos reſerua: deinde (per præmiſſam) terminos differentiæ inter artificiales numeros ſinus

dati

dati & ſinus tabulati, ſiue ambos, ſiue (quia ferè æquales ſunt, vt ſuperiori exemplo patet) eorum alterutrum quære. Hos iam inuentos, horúmve alterutrum adde ad illos nuper reſeruatos terminos, aut ab illis ſubſtrahe (per 8. 10 & 35. prout ſinus datus fuerit minor aut maior tabulato ei proximo: & qui hinc produeuntur numeri, erunt termini propinqui inter quos includetur artificialis numerus ſinus dati.

EXEMPLVM.

VT ſit ſinus datus *9999975*. 5000000, cui ſinus in Tabula proximus, eſt *9999975*. 0000300 minor dato: huius termini artificiales (per 33) ſunt 25. 00000025 & 25. 0000000: deinde (per præmiſſam) differentia inter artificiales numeros ſinuum dati & tabulati, eſt. *4999712*, quam (per 35) aufer ab illis terminis, quia ſunt termini minoris ſinus, & prouenient 24. 5000313 & 24. 5000288, termini quæſiti ſinus dati *9999975*.5000000: cuius ipſe artificialis numerus in quouis terminorum, ſiue optimè in 24.5000300 (per 31) conſtitui poteſt abſque ſenſibili errore.

ALIVD EXEMPLVM.

SIT ſinus datus *9999900*. 0000000, ſinus tabulatus ei proximus *9999900*. 0004950, huius termini artificiales ſunt 100.0000100 & 100.0000000 (per 33:) Deinde differentia inter artificiales numeros illorum ſinuum, erit (per præmiſſam). 0004950, quam (per 35) ad ſuperiores terminos adde, & fient 100.0005050 pro maiore termino, & 100. 0004950 pro minore termino, inter quos artificialis quæſitus ſinus dati includitur.

42. *Hinc ſequitur, omnium proportionalium ſecundæ Tabulæ numeros artificiales exactè ſatis dari: ſeu inter terminos cognitos inſenſibili fractione differentes includi poſſe.*

Vt in præcedenti exemplo, quum numerus artificialis huius ſinus *9999900* (qui eſt primum proportionale ſecundæ Tabulæ) demonſtretur inter terminos hos 100. 0005050 & 100. 0004950 eſſe: neceſſariò ſecundi proportionalis, numerus artificialis (per 32) erit inter hos terminos 200 0010100 & 200. 0009900: & tertij proportionalis, inter hos terminos 300.0015150 & 300. 0014850, &c. Et tandem

vltimi ſinus ſecundæ Tabulæ, qui eſt 9995001. 222927, artificialis numerus includetur inter terminos hos 5000. 0252500 & 5000.0247500. Quibus iam habitis terminis (per 31) poteris ipſos artificiales numeros eorum exquirere.

43. *Sinuum vel numerorum naturalium non in ipſis proportionales ſecundæ Tabulæ, ſed prope vel inter eos cadentium, numeros artificiales exhibere: ſeu inter terminos cognitos inſenſibili fractione differentes includere.*

Sinui dato ſinum ſecundæ Tabulæ proximum, ſiue maiorem ſiue minorem nota, huius tabulati ſinus terminos artificiales per præmiſſam quære: deinde per regulam proportionis, quære quartum proportionale ſe habens ad ſinum totum: vt ſinuum dati & tabulati minor ſe habet ad maiorem. Quod vno modo perfici poterit, ducendo dati & tabulati minorem in ſinum totum, & productum in maiorem diuidendo. Altero modo faciliore, ducendo ſinuum dati & tabulati differentiam in ſinum totum, & productum in dati & tabulati maiorem diuidendo, atque quotientem ex ſinu toto auferendo. At quia huius quarti proportionalis, numerus artificialis (per 36) tantum differt ab artificiali ſinus totius, quantum inuicem artificiales ſinuum dati & tabulati differunt: Et quia etiam illorum differentia, eadem eſt cum ipſo artificiali quarti per 34: Ideò artificiales terminos quarti, per penultimè præmiſſam è Tabula prima quære, & inuentos adde ad artificiales terminos tabulati, aut ab illis ſubſtrahe per 8. 10. & 35. prout tabulatus ſinus fuerit maior aut minor dato, & producentur artificiales termini ſinus dati.

EXEMPLVM.

VT ſit ſinus datus 9995000. 000000, ſinus Tabulæ ſecundæ ei proximus eſt 9995001.222927, huius termini artificiales (per præmiſſam) ſunt 5000. 0252500 & 5000. 0247500. Quartum deinde proportionale alterutro modorum ſupraſcriptorum quære, & fiet 9999998.7764614, cuius terminos artificiales (per 41) è prima Tabula quære, eruntque 1. 2235387 & 1. 2235386: quos ad ſuperiores terminos per 8 & 35 adde, fientque pro terminis artificialibus dati 5001. 2487888 & 5001. 2482886. Vnde & numerus inter lios

hos medius, qui eſt 5001.2485387, optimè (per 31 poſ.) pro ipſo artificiali numero ſinus 9995000 dati ſtatuitur abſque ſenſibili errore.

44. *Hinc ſequitur, omnium proportionalium primæ Columnæ tertiæ Tabulæ, numeros artificiales exactè ſatis dari: ſeu inter terminos cognitos inſenſibili fractione differentes includi poſſe.*

Nam quum per præmiſſam, huius 9995000 (qui eſt primus ſinus infra ſinum totum, ex proportionalibus primæ Columnæ tertiæ Tabulæ) numerus artificialis ſit 5001.2485387 abſque errore ſenſibili: ſecundi proportionalis ſcilicet 9990002.5000, numerus artificialis (per 32) erit 10002.4970774. Et ſic in cæteris, progrediendo vſque ad vltimum eius columnæ ſinum 9900473.57808. cuius, pari ratione artificialis numerus erit 100024.9707740: eiuſque termini 100024.9657720 & 100024.9757760 erunt.

45. *Numerorum naturalium, ſeu ſinuum non in ipſos proportionales primæ Columnæ tertiæ Tabulæ, ſed prope vel inter eos cadentium, numeros artificiales exhibere: ſeu inter cognitos terminos inſenſibili fractione differentes includere.*

Sinui dato ſinum primæ Columnæ tertiæ Tabulæ proximum, ſiue minorem ſiue maiorem nota; huius tabulati terminos artificiales per præmiſſam quære: deinde quartum proportionale ſe habens ad ſinum totum, vt ſinuum dati & tabulati minor ad maiorem, per vnum ex modis in penultimè præcedente deſcriptis quære: huius quarti ita inuenti terminos artificiales (per penultimè præmiſſam) è ſecunda Tabula quære, & inuentos adde ad terminos tabulati ſinus ſuperiùs inuentos, aut ab illis ſubſtrahe (per 8. 10. & 35.) & producentur artificiales termini ſinus dati.

EXEMPLVM.

VT ſit ſinus datus 9900000, proportionalis ſinus primæ Columnæ tertiæ Tabulæ ei proximus, eſt 9900473.57808, cuius termini artificiales per præmiſſa ſunt 100024.9657720 & 100024 9757760. Quartum inde proportionale erit 9999521.6611850, cuius termini artificiales (per 43 è ſecunda Tabula deſumpti) ſunt 478.3502290 & 478.3502812: quibus terminis ad terminos ſuperiores tabulati

(per

(per 8 & 35) additis, prouenient termini 100503.3260572 & 100503. 3160010, inter quos neceſſariò cadit artificialis numerus quæſitus. Vnde numerus inter hos medius, qui eſt 100503. 3210291, pro vero artificiali numero ſinus 9900000 dari, ſtatui abſque ſenſibili errore poteſt.

46. *Hinc ſequitur, omnium proportionalium tertiæ Tabulæ numeros artificiales exactè ſatis dari.*

Nam quum (per præmiſſam) 100503. 3210291, ſit artificialis primi ſinus ſecundæ Columnæ, qui eſt 9900000, cæterique primi reliquarum columnarum ſinus eadem proportione progrediantur, neceſſariò (per 32 & 36) eorum numeri artificiales eadem ſemper differentia creſcunt, additis 100503. 3210291 antecedenti artificiali, vt fiat ſequens. Habitis ergo ſic primis artificialibus cuiuſque columnæ, atque per penultimè præcedentem omnibus artificialibus primæ columnæ datis, elige tibi, an mauis ſimul eiuſdem columnæ omnes artificiales condere, addendo ſemper ad ſuperiorem artificialem cuiuſlibet columnæ, hanc artificialium differentiam 5001. 2485387, vt fiat proximè inferior eiuſdem columnæ artificialis: An mauis ſimul eiuſdem ordinis omnes artificiales, ſcilicet omnes ſecundos ſingularum columnarum artificiales, inde omnes tertios, inde quartos, & ſic reliquos conſtituere, addendo ſemper 100503.3210291 cuilibet artificiali præcedentis columnæ, vt eiuſdem ordinis ſequentis columnæ artificialis proueniat. Vtrouis enim modo, omnes omnium huius Tabulæ proportionalium habentur artificiales, quorum vltimus, & ad ſinum 4998609. 4034 congruens, eſt 6934250. 8007528.

47. *Omnibus tertiæ Tabulæ naturalibus numeris, aſcribendi ſunt ſui artificiales, vt tertia Tabula integra fiat & perfecta: quam poſthac ſemper radicalem vocabimus.*

Hæc huius Tabulæ conſcriptio fit conſtituendo columnas numero & ordine quibus per 20 & 21 deſcribuntur: & diuiſa in duas ſeries.

RADI-

Radicalis Tabulæ.

Columna prima.		*Columna ſecunda.*	
Naturales.	Artificiales.	Naturales.	Artificiales.
10000000.0000	0	9900000.0000	100503.3
9995000.0000	5001.2	9895050.0000	105504.6
9990002.5000	10002.5	9890102.4750	110505.8
9985007.4987	15003.7	9885157.4237	115507.1
9980014.9950	20005 0	9880214.8451	120508.3
&c.uſque ad	uſque ad	uſque ad	uſque ad
9900473.5780	100025.0	9801468.8423	200528 2

& cæteri uſque ad	*Columna 69.*	
	Naturales.	Artificiales.
	5048858.8900	6834225.8
	5046333.4605	6839227.1
	5043811.2932	6844228.3
	5041289 3879	6849229.6
	3038768.7435	6854230.8
	& tandem	uſque ad
	4998609 4034	6934250.8

quarum prima, proportionalia illa Geometrica. quæ ſinus numeroſque naturales nominamus: ſecunda, hos ſuos artificiales Arithmeticè per æqualia progredientes

Digitized by Google

contineat. Duobus tamen (compendij , gratiâ) animaduerſis: Primò quòd illis omnibus artificialibus,vnam poſt punctum relinqui figuram ſatis ſit , cæteris ſex nouiſſimis jam rejectis; quas tamen ſi initio neglexiſſes error inde frequenti multiplicatione priorum tabularum , accreuiſſet in hac tertia intollerabilis. Secundò, ſi ſecunda poſt punctum figura excedat quaternarium:figurà prima,quæ ſola poſt punctum relinquitur, eſt vnitate augenda. Vt pro 10002. 48 , &c. rectius eſt ponere 10002.5, quàm 10002.4:& pro 100035001,aptiùs ponimus 1000.4, quàm 1000.3. Itaque eo ſitu procedat jam radicalis Tabula quo præmittitur.

48. *Perfecta iam radicali Tabula , ex ea ſola Tabulæ artificialis numeros excerpimus.*

Vt enim priores duæ Tabulæ ad conſtitutionem tertiæ inſeruiebant ; Ita tertia hæc radicalis ad principalem artificialem Tabulam , quàm facillimè & abſque errore ſenſibili condendam inſeruit.

49. *Sinuum majorum quàm 999700,artificiales numeros facillimè exhibere.*

Fiet hoc,ſola ſubſtractione ſinus dati à ſinu toto. Nam per 29.artificialis numerus ſinus 9996700,eſt inter terminos 3300 & 3301;qui quidem termini(quia inuicem vnitate tantum differunt)à ſuo artificiali vero,non poſſunt errore ſenſibili , videlicet majore vnitate differre. Vnde ipſe terminus minor 3300,qui ſola ſubſtractione habetur , pro ipſo artificiali capi poteſt. Eadem neceſſariò ratio eſt de omnibus ſinibus hoc majoribus.

50. *Sinuum omnium intra limites Tabulæ radicalis comprehenſorum,artificiales exhibere.*

Sinuum dati, & tabulati ei proximi , differentiam duc in ſinum totum; productum partire per facillimum diuiſorem,qui vel ſit ſinus datus,vel tabulatus ex proximis, vel inter vtrumque vtcunque conſtitutus; & producetur differentiæ artificialium aut terminus major,aut minor , aut intermedium quidpiam(per 39)quorum nullus à vera artificialiũ differentia errore ſenſibili differet , propter propinquitatem numerorum Tabulæ.Et ideò hunc eorum quemcunque pro-

duct –

ductum (per 35) adde, ad artificialem tabulati in Tabula repertum, ſi ſinus datus ſit minor tabulato ſinu: alioquin illum productum ex hoc tabulati artificiali ſubſtrahe, & proueniet dati ſinus numerus artificialis quæſitus.

EXEMPLVM.

VT, ſit ſinus datus 7489557, cuius quæritur artificialis. Sinus tabulatus ei proximus eſt 7490786. 6119, hinc aufero illam adiectis cyphris ſic 7489557.0000, relinquentur 1229 6119; quæ ducta in ſinum totum, diuido per numerum facillimum, qui ſit vel 7489557.0000, vel 7490786. 6119, vel optimè per quippiam inter eos conſtitutum, vtpote per 7490000, & facillima diuiſione prouenient 16401; quæ (quia datus ſinus minor eſt tabulato) adde ad artificialem tabulati, videlicet ad 2889111.7, & fient 2890751.8, quæ idem valent quod $2890751\frac{4}{5}$: ſed quia Tabula principalis nec fractiones admittit, nec quicquam vltra punctum, ponimus pro illo 2890752, qui eſt artificialis quæſitus.

ALIVD EXEMPLVM.

SIt ſinus datus 7071068.0000, ſinus tabulæ ei proximus erit 7070084.4434, quorum differentia eſt 9835566; quibus ductis in ſinum totum, productum diuide optimè per 7071000, quæ ſunt inter ſinus datum & tabulatum, prouenient inde 1390.9: quæ (quia ſinus datus excedit tabulatum ei proximum) ſubſtrahatur ex artificiali numero tabulati in tabula reperto, ſcilicet à 3467125.4, remanebit 3465734.5. Vnde 3465735 ponitur pro artificiali quæſito ſinus 7071068 dati. Itaque hæc libertas diuiſorem eligendi miram parit facilitatem.

51. *Omnes ſinus in proportione dupla, habent 6931469 22 pro differentia ſuorum artificialium.*

Quia enim omnis ſinus ad ſuum dimidium eadem eſt ratio, quæ eſt ſinus totius ad 5000000: ideò (per 36) diffe-

rentia artificialium cuiuſque ſinus & ſui dimidij, eſt eadem cum differentia artificialium ſinus totius, & ſui dimidij 5000000. At eadem eſt differentia artificialium ſinus totius, & ſinus 5000000, cum ipſo artificiali ſinus 5000000 (per 34) cuius 5000000, artificialis (per præmiſſam) erit 6931469. 22. Ergo & idem numerus 6931469. 22 erit differentia omnium artificialium, quorum ſinus ſunt in proportione dupla: & per conſequens duplum eius, ſcilicet 13862938. 44, erit differentia omnium artificialium, quorum ſinus ſunt in ratione quadrupla: & triplum eius, videlicet 20794407. 66, erit differentia omnium artificialium, quorum ſinus ſunt in ratione octupla.

52. *Omnes ſinus in proportione decupla, habent* 23025842. 34 *pro differentia ſuorum artificialium.*

Nam per penultimè præmiſſam, ſinus 8000000 habet artificialem ſuum 2231434. 68: & per præmiſſam, differentia inter artificiales ſinuum 8000000, & ſuæ octauæ partis 1000000, eſt 20794407 66: Vnde per additionem fiunt 23025842. 34, pro artificiali ſinus 1000000: & quum ad hunc ſinus totus ſit decuplus, omnes ſinus in ratione decupla, eandem illam differentiam 23025842. 34, inter ſuos artificiales habebunt, eâdem cauſâ & ratione, quam iam in dupla proportione per præcedentem expoſuimus, quod probandum erat. Et per conſequens, centuplæ proportioni reſpondebit huius artificialis duplum, quod eſt 46051684. 68, pro differentia artificialium: Et eiuſdem triplum, quod eſt 69077527. 02, erit differentia omnium artificialium, quorum ſinus ſunt in ratione millecupla. Et ſic de ratione 10000^a, & aliis, vt infrà.

53. *Vnde omnes ſinus in ratione compoſita ex duplo & decuplo, habent artificiales ſuos differentiâ* 6931469. 22, *& differentiâ* 23025842. 34 *reſpectiuè differentes.*

Vt in tabella ſubſequenti conſpicere licet.

Sinuum

Sinuum proportiones datæ.	Artificialium reſpondentes differentiæ.	Sinuum proportiones datæ.	Artificialium reſpondentes differentiæ.
Dupla	6931469.22	8000pla	89871934.68
Quadrupla	13862938.44	10000pla	92103369.36
Octupla	20794407.66	20000pla	99034858.58
Decupla	23025842.34	40000pla	105966307.80
20cupla	29957311.56	80000pla	112897777.02
40cupla	36888780.78	100000pla	115129211.70
80cupla	43820250.00	200000pla	122060680.92
Centupla	46051684.68	400000pla	128992150.14
200pla	52983153.90	800000pla	135923659.36
400pla	59914623.12	1000000pla	138155054.04
800pla	66846092.34	2000000pla	145086523.26
Millecupla	69077527.02	4000000pla	152017992.48
2000pla	76008996.24	8000000pla	158949461.70
4000pla	82940465.46	10000000pla	161180896.38

54. *Omnium ſinuum vltra limites radicalis Tabulæ excluſorum, numeros artificiales inueſtigare.*

Hoc facilè fit, ſinum datum multiplicando per 2, 4, 8, 10, 20, 40, 80, 100, 200: vel per alium quemuis proportionis numerum hac tabella expreſſum, donec producatur numerus, qui intra limites radicalis tabulæ contineatur. Huius iam ſub Tabula comprehenſi artificialem (per 50) quære, cui acquiſito adde tandem differentiam artificialem, quam Tabella indicat priori conueniſſe multiplicationi.

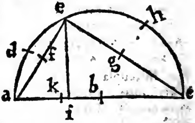
EXEMPLVM.

QVæritur, quem artificialem ſinus 378064 habeat; is cùm vltra limites Tabulæ radicalis excludatur, per numerum aliquem proportionum præcedentis tabellæ, vtpote per

20 ducatur, fietque 7561280, cuius iam intra Tabulam ca-dentis artificialem (per 50) quære, fiétque 2796444.9, ad quem adde differentiam in Tabella inuentam conuenientem vigecuplæ proportioni, quæ eſt 29957311.56, fiéntque 32752756.4. Vnde 32752756 eſt artificialis quæſitus, ſinus 378064 dati.

55. *Vt dimidium ſinus totius, ſe habet ad ſinum dimidij alicuius arcus; Ita ſinus complementi eiuſdem dimidii, ad ſinum totius arcus.*

Sit ſinus totus a b, dupletur & ſit a b c; hac diametro fiat ſemi-circulus, in quo ſignetur arcus ille a e, bifariam in d diuiſus: eius ergo dimidij quod eſt d e, extendatur complementum ab e verſus c, quod ſit arcus e h, cui & h c neceſſariò æquatur: quia d e h quadrans æquatur reliquo quadranti arcuum a d & h c. Proinde ducantur linea e i perpendicularis ad a i c, quæ ideò ſinus eſt arcus a d e: & linea a e, cuius dimidium



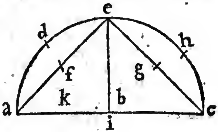
f e, eſt ſinus arcus d e, qui eſt dimidium arcus a d e: & linea e c, cuius dimidium e g eſt ſinus arcus e h, & ideò eſt ſinus complementi arcus d e: dimidium autem ſinus totius a b ſit a k. Dico vt a k ſe habet ad e f, ita e g ad e i ſe habebit: duo enim trianguli c e a, & c i e, æqui-anguli ſunt; quia i c e, vel a c e angulus vtrique communis eſt, & vterque c i e, & c e a rectus eſt, ille ex hypotheſi, hic, quia in peripheria eſt, & ſemi-circulum occupat. Ideóque vt a c hypotenuſa trianguli c e a, ad eius minus latus a e; ita ſe habet c e hypotenuſa triang. c i e, ad eius minus latus e i. Et quum totum a c ſe habeat ad a e, vt totum e c ad e i: ſequetur inde dimidium a c, quod eſt a b, ſe habere ad a e, vt dimidium e c, quod eſt e g, ſe habet ad e i. Et denique cùm iam totum a b eſt ad totum a e, vt e g ad e i: Concludimus neceſſariò dimidium a b, quod eſt a k, ſe habere ad dimidium a e, quod eſt f e: vt e g ſe habet ad

e i,

e i, quod erat demonſtrandum.

56. *Duplum artificialis arcus 45 graduum, eſt artificialis dimidij ſinus totius.*

Repetito præcedenti Schemate ſit caſus talis, quòd a e, & e c, ſint æquales. In hoc caſu cadet i in b, eritque e i ſinus totus, atque e f, & e g æquabuntur: eorumque quiuis ſinus eſt 45 graduum. Et quia (per præcedentem) quæ eſt proportio dimidij ſinus totius a k, ad e f ſinum 45 graduum: ea eſt etiam proportio e g ſinus quoque 45 graduum, ad e i iam ſinum totum.



Ideò (per 37) duplum artificialis ſinus 45 graduum, æquale eſt artificialibus extremorum, ſcilicet ſinus totius, & eius dimidij. At horum amborum artificiales, ſunt tantum artificialis alterius eorum, ſcilicet dimidij ſinus totius: quia reliqui ſcilicet ipſius ſinus totius (per 27) artificialis nullus eſt. Neceſſariò igitur duplum artificialis arcus 45 graduum, eſt artificialis dimidij ſinus totius, quod erat demonſtrandum.

57. *Aggregatum ex artificiali dimidii ſinus totius, & artificiali cuiuſque arcus, æquatur aggregato artificialium dimidii eius arcus, & complementi huius dimidii. Vnde artificialis huius dimidii arcus haberi poteſt, cæterorum trium artificialibus datis.*

Quia per penultimè præmiſſam, dimidium ſinus totius proportionatur ad ſinum dimidij alicuius arcus, vt ſinus complementi eiuſdem dimidii arcus, ad ſinum totius arcus: Ideò (per 38) aggregatum artificialium duorum extremorum, ſcilicet artificialis dimidij ſinus totius, & artificialis cuiuſuis totalis arcus, æquabitur aggregato artificialium mediorum, videlicet artificialis dimidij eiuſdem arcus, & artificialis complementi huius dimidij. Vnde & per eandem 38, ſi addideris artificialem dimidij ſinus totius (per 51, vel per præmiſſam inuentum) ad artificialem cuiuſuis totalis

arcus

arcus datum: & hinc ſubſtraxeris artificialem complementi dimidij prioris arcus datum, relinquetur ipſe artificialis petitus eiuſdem dimidij arcus: quæ erant demonſtranda.

Exemplvm.

Sit artificialis dimidii ſinus totius (per 51) *6931469*, ſitque arcus totalis *69* graduum & 20 minutorum, cuius artificialis ſit *665143* datus: totalis arcus dimidium eſt 34 graduum & 40 minutorum, huius artificialem quæro. Complementum huius dimidij arcus eſt 55 graduum, & 20 minutorum, cuius artificialis ſit 1954370 datus: Addo itaque *6931469* ad *665143*, & fiet aggregatum 7596612: ex quo aufero 1954370, & relinquentur 5642242 artificialis quæſitus, arcus 34 graduum & 40 minutorum.

58. *Datis artificialibus omnium arcuum non minorum 45 gradibus, omnium arcuum minorum artificiales facillimè habentur.*

Ex artificialibus arcuum omnium non minorum 45 gradibus per hypotheſin datis, habebis per præmiſſam, artificiales reliquorum omnium arcuum decreſcentium vſque ad vigeſimum ſecundum gradum cum ſemiſſe. Ex quibus iam habitis, artificiales ſimiliter reliquorum arcuum vſque ad 11 gradus & 15 minuta habebuntur. Et ex his rurſus, artificiales omnium arcuum vſque ad 5 gradus & 38 minuta. Et ita deinceps in primum vſque ad minutum.

59. *Tabulam Artificialem condere.*

Paginæ præparentur quadraginta quinque longiuſculæ, vt præter margines ſuperiorem & inferiorem, ſexaginta etiam lineas numerales capere valeant. Paginarum quælibet lineamentis tranſuerſis in 20 ſpatia æqualia diuidatur: ſpatiorum quoduis tres lineas numerales capere valeat. Inde aliis lineis deſcendentibus diuidatur pagina quæuis in columnas ſeptem, interpoſita duplici linea inter columnas ſecundam & tertiam, & inter quintam & ſextam: inter cæteras verò ſimplex ponatur linea. Prima pagina in fronte ſuperiore læuorſum, ſupra tres primas columnas ſuperſcribatur hoc titulo | O *Gradus* | & ſuperſcribatur inferiùs & dextrorſum ſub

ſub tribus vltimis colũnis ſic | 89 *Gradus* | Secunda pagina ſuperſcribatur læuorſum ſic | 1 *Gradus* | & ſubſcribatur dextrorſum ſic | 88 *Gradus* | Tertia pag. ſuperſcribatur ſic | 2 *Gradus* | & ſubſcribatus ſic | 87 *Gradus* | Et ita cũ cæteris paginis procedendo, vt ſuprà ſcripti infrà ſcriptis additi, quadrantẽ vno minus ſiue 89 gradus ſemper compleant. Inde prima columna per ſingulas paginas titulum hunc ſupraſcriptum habeat | *Minuta graduum ſupraſcriptorum* | Secunda columna hoc titulo ſuperſcribatur | *Sinus arcuum ſiniſtrorum* | Tertia columna hoc titulo ſuperſcribatur | *Artificiales arcuum ſiniſtrorum* | Quarta columna hoc titulo & ſuperſcribatur & ſubſcribatur | *Differentia inter artificiales complementorum* | Quinta columna ſubſcribatur hac ſubſcriptione | *Artificiales arcuum dextrorum* | Sexta columna ſubſcribatur hac ſubſcriptione | *Sinus arcuum dextrorum* | Septima columna ſubſcribatur hac ſubſcriptione | *Minuta graduum infra ſcriptorum* | Primæ deinde columnæ inſerantur numeri minutorum ab o ad 60 progrediendo. Septimæ etiam columnæ inſerantur numeri minutorum à 60 ad o decreſcendo: ea lege, ut primæ & ſeptimæ columnæ bina quæuis minuta in eadem linea oppoſita, gradum integrum ſeu 60 minuta perficiant. Exempli gratia, o ad 60, & 1 ad 59, & 2 ad 58, & 3 ad 57, &c. opponantur. Atque inter bina quæque viginti lineamentorum tranſuerſorum, tres numeri in quolibet interuallo cujuſlibet columnæ contineantur. In ſecunda columna ponantur numeri ſinuum, reſpondentium gradibus ſuprà, & minutiis à latere læuorſum in eadem linea poſitis. In ſexta etiam columna ponantur numeri ſinuum, reſpondentium gradibus infrà, & minutiis à latere dextrorſum in eadem linea poſitis. Hos ſinus ſuppeditabit tibi communis ſinuum REINHOLDI Tabula, vel ſi qua exactior. His peractis, omnium ſinuum inter ſinum totum & ſuum dimidium, artificiales per 49 & 50: cæterorum verò ſinuum artificiales per 54 computato. Siue aliter, multoq́ue & exactiùs & facilius, omnium ſinuum inter ſinum totum & ſinum 45 graduum artificiales, per eaſdem 49 & 50 computato: ex quibus jam habitis, omnes reliquorum arcuum minorum 45 gradibus artificiales, per

Digitized by Google

præmiſſam quàm facillimè acquires. Quibus omnibus artificialibus vtcunque computatis, in tertia columna locabis artificiales numeros reſpondentes gradibus ſuprà, & minutiis à latere ſiniſtro, ſuiſque ſinibus læuorſum in eadem linea poſitis. Similiter & in quinta columna locabis numeros artificiales reſpondentes gradibus infrà, & minutis à latere dextro, ſuiſque ſinibus dextrorſum in eadem linea poſitis. Media tandem columna ſic perficitur: numerum quemque artificialem dextrum, ex artificiali ſiniſtrorſum in eadem linea poſito aufer, notatâ differentiâ in eadem linea interutrumque, donec totam mediam columnam compleueris, Hanc Tabulam nos ad ſingula minuta computauimus, atque eruditis (quibus plus ſit otii) eius exactiorem elimationem, vt & Tabulæ ſinuum emendationem relinquimus.

Epitome Tabulæ artificialis aliter condendæ.

60. *Q*V I A *nonnunquam artificiales per 54 inuenti, differunt ab artificialibus per 58 inuentis; vt hujus ſinus 378064, numerus artificialis per illam eſt 32752756, per hanc verò eſt 3275274I arguitur quibuſdam in locis Tabula ſinuum vitioſa eſſe. Qua propter conſulo eruditis (quibus forſan diſcipulorum & computiſtarum copia ſit) vt Tabulam ſinuum exactiorem & maioris numeri edant, vtpote cuius ſinus totus ſit 100000000, ſcilicet octo cyphrarum præter vnitatis figuram, cùm prior ſinus totus ſeptem tantum conſtet. Deinde vt Tabula noſtra prima contineat centum numeros, progredientes in ea proportione, quæ eſt inter hunc nouum ſinum totum, & ſinum eo minorem vnitate, vtpote inter 100000000, & 99999999.*

Secunda Tabula contineat etiam centum numeros, in ea proportione, quæ eſt inter hunc nouum ſinum totum, & numerum eo minorem centenario, ſcilicet inter 100000000, & 99999900.

Tertia Tabula quæ & radicalis dicitur, triginta quinque columnas, & centum numeros in quàlibet columna continet. Centum

numeri

numeri eiuſdem columnæ progrediantur in ea proportione, quæ eſt decem millium, ad numerum eo minorem vnitate, videlicet 1000-00000 *ad* 99990000. *Triginta quinque primi inter ſe, aut ſecundi, aut tertii, aut cæteri eiuſdem ordinis omnium columnarum inter ſe progrediuntur ea proportione, quæ eſt* 100 *ad* 99, *aut ſinus totius* 10000000 *ad* 99000000. *In his ſuiſque artificialibus inueniendis & continuandis, obſeruentur regulæ cæteræ præcedentes. Atque ex completa ſic radicali Tabula, omnium ſinuum inter ſinum totum & ſinum* 45 *graduum artificiales, exactiſsimè per* 49 *&* 50 *reperies: atque ex artificiali arcus* 45 *graduum duplato, habebis artificialem dimidii ſinus totius per* 56. *Et tandem ex his iam habitis, cæteros artificiales per penultimè præcedentem exquires; quos in ordinem* Tabulæ *per præcedentem rediges, & fiet* Tabula, *omnium certè Mathematicarum Tabularum præſtantiſsima & ad vſus præclariſsimos parata.*

Finis conſtructionis Tabulæ Artificialis.

Digitized by Google

APPENDIX

DE ALIA EAQVE PRÆSTANTIORE LOGARITHMORVM *ſpecie conſtruenda*; *in qua* ſcilicet, vnitatis Logarithmus eſt o.

INTER *varios* Logarithmorum *progreſſus, is eſt præſtantior, qui cyphram pro* Logarithmo *vnitatis ſtatuit, &* 10,000,000,000 *pro* Logarithmo *denarij ſeu decupli inſtituit: cæterorum autem omnium* Logarithmi, *ex his ſtabilitis neceſſariò conſequentur, & modus inueniendi eos varius eſt, quorum primus ſic ſe habet.*

LOGARITHMVM *decupli datum, videlicet* 10,000,000,000, *decies partire per quinque; & fient inde numeri ſequentes* 2000000000, 400000000, 80000000, 16000000, 3200000, 640000, 128000, 25600, 5120, 1024. *Horum vltimum decies etiam bipartire, & fient inde numeri ſequentes* 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2. 1. *Atque hi omnes numeri ſunt* Logarithmi. *Quæramus igitur ſingulorum numeros vulgares, qui iis ordine reſpondent. Inter denarium ergo ſeu decuplum* 10 *atque vnitatem (auctios calculi gratia quotuis cyphris, vtpote duodenis) capiantur quatuor media proportionalia, ſeu potius (per extractionem radicis ſuperſolidæ) eorundem minimum, quod ſit doctrinæ gratia* A. *Inter* A *& vnitatem, capiatur ſimiliter ex quatuor proportionalibus minimum medium, quod ſit* B. *Inter* B *& vnitatem, capiatur medium quartum*

quartum ſeu minimum, quod ſit C. *Et ita progredere per extractionem ſuperſolidæ radicis, diuidendo interuallum inter recens inuentum & vnitatem, in quinque interualla proportionalia ſeu in quatuor media; quorum omnium quartum ſeu minimum ſemper notetur, vſque dum ad decimum medium minimum perueneris, quæ his notis ſignentur* D,E,F,G,H,I,K. *Computatis iam exactè hiſce proportionalibus, perge, & inter* K *& vnitatem quære medium proportionale, quod ſit* L. *Sic inter* L *& vnitatem cape medium proportionale, quod ſit* M. *Sic ſimile medium inter* M *& vnitatem, quod ſit* N. *Eodem artificio (per extractionem quadratam) creentur inter quemque recentem numerum & vnitatem, reliqua intermedia proportionalia, his notis ſignanda* O,P,Q,R,S,T,V: *Quorum proportionalium cuilibet, reſpondet ordine ſuus* Logarithmus *ſuperioris ſeriei. Vnde vnitas erit* Logarithmus *numeri* V, *quicunque is fuerit, & 2 erit* Logarithmus *numeri* T, *& 4. numeri* S, *& 8 numeri* R, *16 numeri* Q, *32 numeri* P, *64 numeri* O, *128 numeri* N, *256 numeri* M, *512 numeri* L, *1024 numeri* K: *Quæ omnia ex ſuperiore conſtructione patent. Ex his autem iam conſtructis, conſtrui poſſunt aliorum tum* Logarithmorum *proportionalia, tum proportionalium* Logarithmi. *Nam ſicuti in ſtaticis ex additione ponderum vnitatis, binarij, quaternarij,* 8rij, *& aliorum pariter parium numerorum, omnis creari poteſt ponderum numerus, qui apud nos iam* Logarithmi *ſunt: Ita ex proportionalibus* V,T,S,R, *&c. quæ illis reſpondent, & ex cæteris etiam duplicata ratione creandis, conſtitui poſſunt omnium* Logarithmorum *oblatorum reſpondentia proportionalia, per eorundem inuicem multiplicationem reſpectiuè, vt docebit experientia. Huius autem operis præcipua difficultas eſt in denis proportionalibus duodecim figurarum è ſexaginta figuris ſuperſolido more extrahendis: ſed quanto maior hæc difficultas, tanto exactior eſt hic modus in* Logarithmis *proportionalium, &* Logarithmorum *proportionalibus inueniendis.*

Alius modus facilè creandi LOGARITHMOS numerorum compoſitorum, ex datis LOGARITHMIS ſuorum primorum.

SI duo numeri datorum Logarithmorum, *inuicem multiplicati componunt tertium; eorum* Logarithmorum *aggregatum erit tertij* Logarithmus.

Item ſi numerus per numerum diuiſus producit tertium, è primi Logarithmo *ſecundi ſubſtractus, relinquit tertij* Logarithmum.

Si ex numero in ſe quadratè, cubicè, ſuperſolidè, &c. ducto, producitur alter quinis, ex primi Logarithmo *duplato, triplato, aut quintuplato, producitur illius alterius* Logarithmus.

Item ſi ex dato per extractionem quadratam, cubicam, ſuperſolidam, &c. extrahatur radix, datique Logarithmus *biſecetur, triſecetur, aut per quinque ſecetur, producetur* Logarithmus *eiuſdem radicis.*

Denique quicunque numerus vulgaris ex vulgaribus componitur per multiplicationem, diuiſionem, aut extractionem: eius Logarithmus *componitur reſpectiuè per additionem, ſubſtractionem, duplationem, ſeu triplationem, &c. ſuorum* Logarithmorum. *Vnde ſola difficultas eſt in numerorum primorum* Logarithmis *inueniendis, qui hac ſequenti arte generali inueniuntur.*

Ad omnes Logarithmos *inueniendos, oportet duorum aliquorum vulgarium numerorum* Logarithmos *dari, aut ſaltem aſſumi pro fundamento operis, vt in ſuperiore prima conſtructione, o ſeu cyphra aſſumebatur pro* Logarithmo *vulgaris vnitatis, &* 10,000,000000 *pro* Logarithmo *denarii ſeu* 10. *His itaque datis, quaeratur quinarii (qui primus numerus eſt)* Logarithmus *hoc modo. Inter* 10 *&* 1 *quaeratur medium propor-*

proportionale, quod eſt $\frac{316227766017}{100000000000}$. *Sic inter* 10,000,000,000 *& o quæratur medium Arithmeticum, quod eſt* 5,000,000,000. *Deinde inter* 10 *&* $\frac{316227766017}{100000000000}$ *capiatur medium* Geometricum *quod eſt* $\frac{562341325191}{100000000000}$ *Et ſimiliter inter* 5,000,000,000 *&* o *capiatur medium Arithmeticum, quod eſt* 7500000000.

In continuè proportionalibus vniuerſis.

VT *ſumma mediorum & alterutrius extremi, ad eundem extremum; ſic differentia extremorum, ad differentiam extremi eiuſdem & medii proximi.*

Compendium dimidii Tabulæ LOGARITHMORVM.

D*Vorum arcuum quadrantem complentium, vt ſinus maioris, ad ſinum dupli arcus; Ita ſinus* 30 *graduum, ad ſinum minoris. Vnde addito* Logarithmo *dupli arcus ad* Logarithmorum 30 *graduum; & à producto, ſubducto* Logarithmo *maioris, relinquitur* Logarithmus *minoris.*

Habitudines LOGARITHMORVM & ſuorum naturalium numerorum inuicem.

1. D*Entur duo ſinus & ſui* Logarithmi. *Si totidem numeri æquales ſinui minori in ſe ducantur, quot ſunt vnitates in maioris* Logarithmo: *& contrà, totidem æquales ſinui maiori in ſe ducantur, quot ſunt vnitates in minoris* Logarithmo;

mo; *erunt duo producta æqualia, & producti ſinus* Logarithmus, *erit numerus factus ex ambobus* Logarithmis *inuicem multiplicatis.*

2. *Vt ſinus maior ad minorem; Ita velocitas incrementi, aut decrementi* Logarithmorum *apud minorem, ad velocitatem incrementi aut decrementi* Logarithmorum *apud maiorem.*

3. *Duo ſinus in ratione duplicata, triplicata, quadruplicata, &c. habent ſuos* Logarithmos *in ratione dupla, tripla, quadrupla, &c.*

4. *Et duo ſinus in ratione vt ordo ad ordinem, (id eſt vt triplicatum ad quintuplicatum, vel cubus ad ſuperſolidum) habent ſuos* Logarithmos, *in ratione vt eorundem ordinum indices, id eſt, vt 3 ad 5.*

5. *Si primus ſinus in ſecundum ductus producit tertium*, Logarithmus *primi additus ſecundi* Logarithmo *producit tertii* Logarithmum. *Sic in diuiſione, diuiſoris* Logarithmus *ex diuidendi* Logarithmo *ſubductus, relinquit quotientis* Logarithmum.

6. *Et ſi quot æquales primo, inuicem ducti producunt ſecundum, totidem æquales primi* Logarithmo, *ſimul additi producunt* Logarithmum *ſecundi.*

7. *Medium quoduis Geometricum inter duos ſinus, habet ſuum* Logarithmum *medium tale Arithmeticum inter ſinuum* Logarithmos.

8. *Sinus primus diuidit tertium, quoties ſunt vnitates in* A; *numerus ſecundus diuidit eundem tertium, quoties ſunt vnitates in* B: *Item idem primus diuidit quartum, quoties ſunt vnitates in* C; *& idem ſecundus diuidit eundem quartum, quoties ſunt vnitates in* D. *Dico, quæ eſt ratio* A *ad* B, *eadem eſt* C *ad* D, *&* Logarithmi *ſecundi ad* Logarithmum *primi.*

9. *Hinc fit quod numeri oblati* Logarithmus, *eſt numerus locorum ſeu figurarum, quas comprehendit factum ex oblato toties in ſe ducto quoties ſunt vnitates in* 10,000,000,000.

10. *Item ſi index ordinis ſit* Logarithmus *denarii, numerus figurarum (vna dempta) ordinis ſcilicet multipli, erit* Logarithmus *radicis.*

Quæritur, quis numerus ſit LOGARITHMVS binarii. Reſpon-

Reſpondeo, numerus locorum numeri facti ex 10, 000, 000, 000 binariis inuicem ductis.

At dices, hic numerus factus ex 10,000,000,000 binariis inuicem ductis eſt innumerabilis. Reſpondeo, numerus tamen locorum eius (quem quæro) eſt numerabilis. Ex data itaque radice (binario) & indice (10,000,000, 000) quære numerum locorum multipli, & non numerum ipſius multipli; & per regulam noſtram inuenies 301029995 &c. pro numero locorum quæſito, & LOGARITHMO binarii.

FINIS.

F

Digitized by Google

LVCVBRATIONES ALIQVOT DOCTISSIMI D. HENRICI BRIGGII

In APPENDICEM præmiſſam.

Habitudines LOGARITHMORVM & ſuorum naturalium *numerorum inuicem;* *Si vnitatis* LOGARITHMVS ſit 0.

DATIS *duobus numeris cum ſuis* Logarithmis, *ſi communis aliquis diuiſor vtroſque* Logarithmos *diuiſerit, & vterque numerorum datorum toties in ſeipſum ducatur, vt numerus factorum ab alterutro, vnitate tantum ſuperetur à quoto alterno* Logarithmi, *erunt duo producti æquales. Et* Logarithmus *numeri producti, erit numerus continuè factus, à quotis* Logarithmorum *& communi eorundem diuiſore.*

	Numeri	Logarithmi.
Sunto dati numeri	25118865	4
	39810718	6

Sit communis diuiſor vnitas,

Primus in ſeipſum quinquies }
Secundus in ſeipſum ter--- } ductus facit 251188649 / 1000000

Loga-

	Numeri			Logarithmi.
Continuè proportionales	1	(0)		0
	25118865	(1)	Latus	4
	63095737	(2)	Quadratus	8
	158489331	(3)	Cubus	12
	39810718	(4)	Biquadratus	16
	100000000	(5)	Solidus	20
	2511188649	(6)	Quadr. cubus	24

	Numeri		Logarithmi.
Continuè proportionales	1	(0)	0
	39810718	(1)	6
	158489331	(2)	12
	630957379	(3)	18
	2511188649	(4)	24

Alivd Exemplvm.

		Logarithmi.
Sunto dati numeri	316227766	5
	50118724	7

Communis Logarithmorum diuiſor ſit 1

Primus ſexies / Secundus quater } in ſeipſum ductus facit { 316227766

		Logarith.			Log.
1	(0)	0	1	(0)	0
316227766	(1)	5	50118724	(1)	7
1000000000	(2)	10	251188649	(2)	14
100	(4)	20	630957376	(4)	28
1000	(6)	30	316227766	(5)	35
316227766	(7)	35			

Notandum ſi communis diuiſor ſit vnitas, vt in vtroque exemplo præcedente; factus ab ipſis datis Logarithmus, eſt Logarithmus *numeri producti. Quia vnitas multiplicans non auget multiplicatum.*

Tertivm Exemplvm.

		Logarithmi.	Quoti.
Sunto dati numeri	343	2.55529412	3
	823543	5.91568628	7
Sit communis diuiſor		84509804	

Notandum numerus.

	1	(0)	0
3	343	(1)	2.55529412
6	117649	(2)	5.07058824
8	40353607	(3)	7.60588236
11	13841287201	(4)	10.14117648
18	558545864083284007	(7)	17.74705884
6	823543	(1)	5.91568628
12	678223072849	(2)	11.83137256
18	558545864083284007	(3)	17.74705884

Datorum Logarithmorvm quoti ſunt 3. 7. factus ab iis 21. qui ductus in communem diuiſorem 84509804

84509804 facit 17.74705884 LOGARITHMVM numeri producti.

Notandum quod Cubus ſecundi numeri, eique æqualis ſeptimus figuratus primi; (quem aliqui appellant ſecundum ſolidum) ſcribitur notis octodecim: idcirco eius Logarithmus *in fronte gerit* 17. *præter notas ſubſequentes, quæ exprimunt* Logarithmum *numeri, qui iiſdem notis ſcribitur: ſed eius prima tantum nota verſus ſiniſtram, denotat nobis integras vnitates quinque, reliquæ notæ ſubſequentes, exprimunt partes, integris hiſce adiiciendas.* Sic $5\frac{5154596408}{10000000000}$, *&c. cuius* Logarithmus 74705884.

Quod ſi quatuor loci relinquantur integris, ponenda erit in fronte Logarithmi, *nota* 3. *Sic* $5585\frac{4586408}{10000000}$, *&c. cuius* Logarithmus 3.74705884.

Hinc poterimus datis duobus LOGARITHMIS *& ſinu primi, inuenire ſinum ſecundi.*

Sumatur communis aliquis Logarithmorum *diuiſor (qui quò maior fuerit eò commodior erit) is diuidat vtrumque: deinde primus ſinus ſeipſum multiplicet, & ſuos factos: donec numerus factorum vnitate tantum ſuperetur à quoto ſecundi* Logarithmi*: vel donec procreetur figuratus, cognominis quoto ſecundi* Logarithmi. *Idem numerus produceretur, ſi ſecundus ſinus quæſitus, ſeipſum multiplicaret, donec fieret figuratus, cognominis quoto primi* Logarithmi. *Vt patet per præcedentem propoſitionem. Huius itaque figurati, à primi quoto denominati latus quæratur: quod, vbi inuentum fuerit, erit ſinus ſecundus quæſitus. Eritque continuè factus à quotis, & communi diuiſore, ipſius figurati* Logarithmus.

Vt ſunto dati LOGARITHMI 8. 14, & ſit ſinus primi 3 communis LOGARITHMORVM diuiſor eſt 2, qui dat quotos 4. 7. Si 3 ſeipſum ſexies multiplicet, proueniet 2187, pro figurato, qui in ſerie continuè proportionalium ab vnitate, ſeptimum locum occupabit: & inde dici poterit non

incommodè ſeptimus figuratus. Idem numerus 2187, in aliâ continuè proportionalium ſerie, eſt ab vnitate figuratus quartus: cuius latus $6\frac{838521}{1000000}$ eſt ſinus ſecundus quæſitus.

Quoti 4 7. factus ab iis 28. qui ductus in communem diuiſorem 2 facit 56. LOGARITHMUM figurati 2187.

			Logar.			Log.
Continuè proportionales	1	(0)	0	1	(0)	0
	3	(1)	8	$6\frac{838521}{1000000}$	(1)	14
	9	(2)	16	$46\frac{765372}{1000000}$	(2)	28
	27	(3)	24	$319\frac{80598}{1000000}$	(3)	42
	81	(4)	32	2187	(4)	56
	243	(5)	40			
	729	(6)	48			
	2187	(7)	56			

Notandum hos Logarithmos *diuerſos eſſe ab iis, qui ad illuſtrationem ſuperioris Propoſitionis adhibebantur: in hoc autem conueniunt, quod vtrobique* Logarithmus *vnitatis eſt* 0. *quo poſito,* Logarithmi *eorundem numerorum vel ſunt aquales, vel ſaltem proportionales inter ſe.*

Sinus primus diuidit tertium) debet primus diuidere tertium, & tertii quotum, & quoti deinceps quotum quemlibet, quoties poterit, donec quotus vltimus ſit minor diuiſore. Deinde diuiſionum harum numerus notetur, non autem quoti alicuius quantitas, (niſi fortè minimi; de quo mox plura dicemus) eodem modo ſecundus, eundem tertium eiuſque quotos diuidat. Ita etiam diuidatur ab vtroque quartus. Vt

Sunto ſinus	primus	2
	ſecundus	4
	tertius	16
	quartus	64

Primus 2, diuidit tertium 16, quater. Suntque quoti 8. 4. 2. 1. Secundus 4, diuidit eundem tertium 16, bis. Suntque quoti 4. 1. erunt igitur, A, 4. B, 2.

Eodem modo primus 2, diuidit quartum 64, ſexies. Quotique ſunt 32. 16. 8. 4. 2. 1.

Secundus 4, diuidit quartum 64, ter. Quotique ſunt 16. 4. 1. Sunt igitur C, 6. D, 3. aio vt A, 4. ad B, 2: ſic C, 6. ad D, 3. & ſic Logarithmus ſecundi, ad Logarithmum primi.

Si in hiſce diuiſionibus, vltimus & minimus quotus vbique ſit vnitas, vt in iſtis quatuor propoſitis: erunt numeri quotorum, & Logarithmi diuiſorum, reciprocè proportionales. Aliàs ratio non erit prorſus eadem vtrobique: veruntamen ſi diuiſores fuerint exigui & diuidendi ſatis magni, ita vt quoti ſint plurimi; defectus iſte proportionalium, vix aut ne vix quidem percipi poterit.

Hinc fit quod numeri oblati Logarithmus.

Sumantur duo numeri 10. & 2, vel quiuis alius; & ſit Logarithmus primi datus, ſcilicet 100, quæritur Logarithmus ſecundi. Primò, ſecundus ſeipſum toties multiplicet, vt numerus factorum, vnitate tantum ſuperetur, à dato primi Logarithmo. Deinde vltimus factus, diuidatur per primum numerum 10, quoties fieri poterit; & eodem modo per ſecundum. Erit autem numerus quotorum, facti à ſecundo diuiſi, 100. (quia factus iſte eſt figuratus centeſimus. Et ſi numerus aliquoties in ſeipſum ductus, faciet aliquem: idem numerus factum toties diuidet, & ſemel vlterius. vt 3 in ſeipſum quater ductus, facit 243. idem 3, diuidit 243 quinquies, & quoti erunt 81. 27. 9. 3. 1.) Deinde ſi idem factus diuidatur à primo 10, manifeſtum eſt, numerum quotorum, vnitate tantum minorem eſſe numero locorum in diuiſo. Idcircò cùm idem factus diuidatur à datis duobus numeris, quoties fieri poteſt: erunt (per præcedentem propoſitionem) numeri quotorum, & Logarithmi diuiſorum, reciprocè proportionales. Eſt autem numerus quotorum ſecundi, æqualis Logarithmo primi: idcircò numerus quotorum primi (id eſt numerus locorum in facto, vno dempto,) æquabitur Logarithmo ſecundi.

NVMERI

NVMERI LOCORVM SIVE NOTARVM.		
	1	0
1	2	1
1	4	2
2	16	4
3	256	8
4	1024	10
7	1048576	20
13	1099511627776	40
25	1208925819614	80
31	1267650600228	100
61	16069379676	200
121	25822496318	400
241	66680131608	800
302	107150835165	1000
603	114813014-67	2000
1205	131820283599	4000
2409	17316587168	8000
3011	19950583591	10000

Hîc videmus, LOGARITHMVS denarii ſit 10, notæ ſeu loci in decimo figurato ſunt quatuor. Idcirco LOGARITHMVS binarii erit 3 & ampliùs. In centeſimo figurato numerus notarum eſt 31: in milleſimo, 302: in 10000, 3011; & quò plures fuerint facti, eò propiùs acceditur ad verum LOGARITHMVM quæſitum: in minoribus enim factis partes vltimo quoto adhæreſcentes rationes perturbant aliquantulum. Verùm ſi ponatur LOGARITHMVS denarii, eſſe 10,000,000,000; Et binarius in ſeipſum toties ducatur, vt

vt factorum numerus, vnitate tantum ſuperetur à dato LOGARITHMO: erit numerus locorum in vltimo facto deamptâ vnitate, LOGARITHMVS binarii ſatis accuratus; quia particulæ vltimo quoto adjectæ, in numeris adeò magnis, fruſtra conabatur proportionem impedire.

FINIS.

G

Digitized by Google

PROPOSITIONES

QVÆDAM EMINENTISSIMÆ AD TRIANGVLA ſphærica, mirâ *facilitate reſoluenda.*

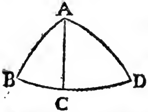
Triangulum ſphæricum reſoluere, abſque eiuſdem diuiſione in duo quadrantalia aut rectangula.

PROPOSITIO PRIMA.

DATIS *tribus lateribus, angulum quemuis propalare. Et contrà.*

Prop. 2. *Ex tribus datis angulis latus quoduis inuenire.*

Perficitur hoc omnium optimè, per tres modos LOGARITHMORVM noſtrorum, *Cap.6. Sect.* 8ª. 9ª. 10ª, deſcriptos.



3. *Datis latere* A D, *& angulis* D *&* B, *latus* A B *inueſtigare.*

Duc ſinum A D in ſinum D, productum diuide per ſinum B, & proueniet ſinus A B.

4. *Datis latere* A D, *& angulis* D *&* B, *latus* B D *acquirere.*

Duc ſinum totum in ſinum complementi D, & diuide per tangentem complementi A D, & fiet tangens C D arcus; deinde

deinde duc ſinum C D, per tangentem D, & diuide productum per tangentem anguli B, & fit ſinus B C; adde aut ſubſtrahe B C & C D, & fit B D.

5. *Datis latere* A D, *& angulis* D *&* B, *angulum* A *inuenire.*

Duc ſinum totum in ſinum complementi A D, & diuide per tangentem complementi D anguli, & proueniet tangens complementi C A D; & ſic habetur ipſe C A D angulus. Similiter duc ſinum complementi B anguli, per ſinum C A D, & diuide per ſinum complementi D, & fit ſinus anguli B A C; quo addito vel ſubſtracto ex C A D proueniet B A D quæſitus.

6. *Datis* A D, *&* D *angulo cum latere* B D, *inuenire angulum* B.

Duc ſinum totum in ſinum complementi D. & diuide per tangentem complementi A D, & fiet tangens C D; cuius arcum C D aufer (vel aliàs adde) à latere B D, & fit B C. deinde duc ſinum C D, per tangentem D, & diuide productum per ſinum B C, & fit tangens anguli B.

7. *Datis* A D, *&* D *angulo cum latere* B D, *inuenire latus* A B.

Duc ſinum totum in ſinum complementi D, & diuide productum per tangentem complementi A D, & fiet tangens C D: cuius arcum C D, aufert vel adde lateri B D dato, & fit B C. Deinde duc ſinum complementi A D, per ſinum complementi B C, productum diuide per ſinum complementi C D, & proueniet ſinus complementi A B: & ita ipſe A B habetur.

Sequi videtur, ex A D & D angulo cum latere B D datis, inuenire angulum A ſeu B A D: ſed hic ſitus triplicem requireret Regulam TRIUM. Mutato igitur A pro B, & B pro A, erit problema ſic. *Datis* B D *&* D, *cum latere* A D, *inuenire angulum* B. Quod prorſus idem eſt cum ſeptimo problemate, & duplici tantum regula Trium expeditur.

8. *Datis* A D *& angulo* D, *& latere* A B, *angulum* B *inuenire.*

Duc ſinum A D in ſinum D, & productum diuide per ſinum A B, & producitur ſinus anguli B.

9. *Datis* A D, *&* *angulo* D, *&* *latere* A B, *latus* B D, *inuenire.*

Duc ſinum totum in ſinum complementi D, & diuide productum per tangentem complementi A D, & fiet tangens C D arcus. Deinde duc ſinum complementi C D, in ſinum complementi A B, & productum partire per ſinum complementi A D, & proueniet ſinus complementi B C. Ipſiuſmet ergo B C & C D arcuum ſumma, vel differentia, eſt latus B D quæſitum.

10. *Datis* A D, *&* *angulo* D *cum latere* A B, *angulum* A *ſeu* B A D *inuenire.*

Duc ſinum totum in ſinum complementi A D, productum diuide per tangentem complementi D, & proueniet tanges complementi C A D; & ſic habetur ipſe C A D angulus. Deinde duc tangentem A D, per ſinum complementi anguli C A D, productum diuide per tangentem A B, & proueniet ſinus complementi B A C; & inde B A C ipſecuius, & C A D arcuum ſumma, vel differentia, eſt B A D angulus quæſitus.

11. *Datis* A D *angulo* D, *cum angulo*, A, *latus* A B *exquirere.*

Duc ſinum totum in ſinum complementi, A D, & diuide productum per tangentem complementi D anguli, & proueniet tangens complementi C A D, & ſic habetur ipſe C A D angulus: cuius, & integri anguli A differentia, (vel aliàs ſumma) eſt angulus B A C. Deinde duc tangentem A D, in ſinum complementi C A D, productum partire per ſinum complementi B A C, & proueniet inde tangens A B.

12. *Datis* A D *&* *angulo* D, *cum angulo* A, *angulum tertium* B *inuenire.*

Duc ſinum totum in ſinum complementi A D, & diuide productum per tangentem complementi anguli D, & proueniet ſinus complementi anguli B, & inde ipſe angulus B quæſitus.

Sequi videtur, ex A D, & D, & A angulis, inuenire B D latus: ſed in hoc ſitu triplicem requirit regulam Trium. Mutatis igitur A in D, & D in A, erit problema ſub hac forma.

Datis

Datis D A, *&* A, *&* D *angulis, inuenire* B A. Prorſus idem cum problemate 11. & duplici tantum Regula Trium expeditur.

De ſemi-ſinuum verſorum, præſtantia & vſu.

1. DATIS *duobus lateribus & angulo intercepto, tertium latus inuenire.*

Semi-ſinum verſum differentiæ crurum, aufer ex ſemiſinu verſo aggregati crurum: reliquum multiplica per ſemiſinum verſum anguli verticalis intercepti: & producto diuiſo per ſinum totum, adde ſemi-ſinum verſum differentiæ crurum, & prodibit ſemi-ſinus verſus baſis optatæ.

Eâdem ratione ex baſi & angulis iuxta eam, reperitur tertius angulus verticalis.

2. *Contrà ex tribus lateribus inuenire angulum quemuis.*

Ex ſemi-ſinu verſo baſis aufer ſemi-ſinum verſum differentiæ crurum in ſinum totum ductum; reliquum diuide per ſemi-ſinum verſum aggregati crurum, minutum ſemiſinu verſo differentiæ crurum: & prodibit ſemi-ſinus verſus anguli verticalis quæſiti. Eâdem ratione ex tribus angulis inueſtigantur latera.

3. *Datis duobus arcubus tertium dare, cuius ſinus æquetur differentiæ ſinuum priorum.*

Sit arcus 38 : 1′, eius Logarithmus 484504: arcus alter 77 gr. Horum accipe complementa 51 : 59′, & 13 gr. quorum ſemi-aggregatum eſt 32 : 29′, ſemi-differentia verò eſt 19: 29′: quorum Logarithmi ſunt 621656 & 1098914; quos adde, fient 1719670; à quo producto ſubſtrahe 693147, & remanebit 1026231 Logarithmus 21 gr. vel idcirca. Dico ſinum rectum 21 gr., qui eſt 358368, æqualem eſſe differentiæ ſinuum arcuum 77, 38 : 1′; qui ſinus ſunt 974370, & 615891 plùs minùs.

4. *Dato arcu, dare Logarithmum eius ſinus verſi.*

Sit arcus 13 gr, cuius dimidium 6 : 30′; eius Logarithmus 2177570, cuius duplum eſt 4367140: à quo aufer 693147, & remanebit 3663993, cuius arcus eſt 1 : 28′, & numerus in-

ter ſinus poſitus eſt 25595: atque is eſt ſinus verſus quæſitus 13 gr.

5. *Datis duobus arcubus tertium dare, cuius ſinus æquetur aggregato ſinuum priorum arcuum.*

Sit vnus arcus 38 : 1′, alter arcus 1 : 28′: eorum aggregatum eſt 39 : 29′, & eorum differentia eſt 36 : 33′: ſemi-aggregatum autem eſt 19 : 44′, ſemi-differentia verò eſt 18 : 16. Adde ergo Logarithmum ſemi-aggregati, qui eſt 1085655, ad Logarithmum differentiæ, qui eſt 518313, & fit productum 1603968: à quo aufer Logarithmum ſemi-differentiæ, qui eſt 1160177, remanent 443791 Logarithmus: cui reſpondet arcus 39 : 56′, ſinus verò 641896. Qui quidem ſinus æquatur vtriq; ſinui 38 : 1′, qui eſt 615661: & ſinui 1 : 28′, qui eſt 25595 aut iuxtà.

6. *Dato arcu & Logarithmo ſui ſinus recti; arcum dare, cuius ſinus verſus ſit priori ſinui recto æqualis.*

Sit arcus 39:56, cui reſpondet Logarithmus 443791 (ignoto ſinu recto,) Logarithmo 443791 adde Logarithmum 693147, fient 1136938. Logarithmum hunc bipartire, & fiet Logarithmus 568469: cuius arcum 34 : 30′ duplica, & fient inde 69 gr. arcus qui quærebatur. Dico enim quod ſinus rectus 39 gr. & 56′, eſt æqualis ſinui verſo 69 gr.: vterque enim ſinus eſt 641800, aut propè.

7. *Trianguli Sphærici* A B D, *datis cruribus & angulo verticali, baſin dare.*

SIT Triangulum Sphæricum A B D, detur angulus verticalis A, 120 gr. 24′ 49″: crus alterum ambientium detur 34, crus reliquum 47 gr. dimidium anguli verticalis 60 : 12′ : 24, cuius Logarithmus 141766: eius duplo 283533, adde Logarithmos crurum 581260 & 312858, fit ſumma 1177651: qui eſt Logarithmus ſemi-differentiæ ſinuum verſorum baſis & differentiæ crurum: atque idem eſt Logarithmus ſinus recti 17 : 56′; quem arcum, inuentum ſecundum appellamus: eſt enim inuentum primum quod ſequitur. Differentiam crurum 13 bipartire fient 6 : 30′: cuius Logarithmum 2178570 duplica, & fient 4357140 pro Logarithmo dimidii ſinus verſi 13 gr., & pro Logarithmo ſinus recti 0 gr. 44′: quem arcum

44′ pro

44′ pro inuento primo habemus. Horum inuentorum aggregatum eſt 18 gr. 40′, & eius Logarithmus eſt 1139241: ſemi-aggregatum autem eſt 9 gr. 20′, eius Logarithmus eſt 1819061: differẽtia verò eſt 17 gr. 12′, & eius Logarithmus eſt 1218382, ſemi differentia verò eſt 8:36, cuius Logarithmum 1900221. Adde ergo Logarithmum ſemi aggregati 1819061,

Vel ad hunc Logarithmum 1218382, & fiet productum 3037443: à quo aufer Logarithmum 1900221, & remanebunt 1137222.

Vel ad anti logarithmum ſemi differentiæ, qui eſt 11307, fient 1830368: hinc ſubſtrahe 693147, & reſtabunt 1137221.

Hos bipartire, fient 568611, cuius Logarithmi arcus eſt 34:30′, quem arcum duplica, & fiet baſis quæſita 69 graduum.

Conuerſum huius problematis, ad inueniendum angulum ex datis lateribus habetur lib. Logar. Cap. 6. Sect. 8. ſed partim per Logarithmos, partim per arcuum proſtaphæreſin.

Notandum in præcedenti & ſequentibus problematis nullà opus eſſe caſuum obſeruatione; ſpecie enim omnium partium vnà cum quantitate, ex ipſo calculo prodeunt.

Sequitur alia conuerſio præcedentis directa.

DATAM baſin 69 gr. bipartire, fiet 34:30′, cuius Logarithmus eſt 568611: quem duplica fient 1137222: cuius arcum 18 gr. 42′, pro inuento primo nota: ſuperioris autem Logarithmi 4357140 arcum 0 gr. 44′, pro inuento ſecundo nota. Horum arcuum complementa ſunt 89:16′, & 71:18′: horum ſemi-aggregatum eſt 80:17′, & eius Logarithmus 14449: ſemi-differentia verò 8:59′, eiuſq; Logarithmus 1856956: quos adde, fient 1871405: à quibus ſubſtrahe 693147, & relinquentur 1178258, cuius arcus eſt 17 gr. 56′, quem arcum, inuentum tertium hic vocamus: à cuius Logarithmo aufer Logarithmos crurum 581260 & 312858, & relinquentur 283533, quem bipartire, fient 141766 Logarithmus ſemi-anguli verticalis 60:12:34″. Totus ergo angulus

angulus verticalis quæſitus eſt 120: 24: 49.

Regula alia proſtapharetica inuentionis baſis.

SEmi-differētiam ſinuum verſorum aggregati & differentiæ crurum nota: Nota etiam ſemi-ſinum verſum anguli verticalis. Notatos hos inter ſinus rectos quære, & ſemi-differentiam ſinuum verſorum aggregati & differentiæ ſuorum arcuum in Tabula occurrentium, pro inuento ſecundo ſignabis: & pro inuento primo capiatur ſemi-ſinus verſus differentiæ crurum. Hæc inuenta adde, & proueniet ſemi-ſinus verſus baſis quæſitæ.

Contrà autem ex ſemi-ſinu verſo baſis, aufer primum inuentum, quod eſt ſemi-ſinus verſus differentiæ crurum, & prodibit ſecundum inuentum: quod per quadratum ſinus totius, ductum & diuiſum per ſemi-differentiam ſinuum verſorum aggregati & differentiæ crurum, relinquit in quotiente ſemi-ſinum verſum anguli verticalis quæſiti.

Ex quinque partibus trianguli ſpharici, quarum tres mediæ dantur, duas extremas vno opere inuenire. Aut aliàs, datis duobus angulis apud baſin cum baſi, vtrumque crus ſic habetur.

(*) ANgulorum apud baſin aggregatum, ſemi-aggregatum, differentiam, & ſemi-differentiam, vnà cum ſuis Logarithmis nota. Inde Logarithmos ſemi-aggregati & differentiæ, & differentialem ſemi-baſis adde: & hinc ſubducito Logarithmum aggregati, & Logarithmum ſemi-differentiæ; & producetur differentialis, qui eſt primum inuentum. Deinde Logarithmum ſemi-differentiæ, & differentialem ſemi-baſis adde: hinc aufer Logarithmum, ſemi-aggregati, & producetur differentialis, qui eſt inuentum ſecundum inuentos hos differentiales, quia veri ſunt, quære inter numeros differentiales: eorum arcus adde, & habebis crus maius; ſimiliter minorem à maiore ſubſtrahe, & habebis crus minus.

Aliter pro cruribus inueniendis.

ANgulorum apud baſin Logarithmum ſemi-aggregati, antilogarithmum ſemi-differentiæ, & differentialem ſemi-

ſemi baſis adde: & aufer Logarithmum aggregati & 693147, & fiet primum inuentum. Deinde Logarithmum ſemi differentiæ anti-logarithmum, ſemi-aggregati, & differentialem ſemi baſis adde: & hinc aufer Logarithmum aggregati & 693147, & fiet inuentum ſecundum. Cum inuentis age vt ſuprà, & habebis crura.

Idem aliter.

SEcantem complementi aggregati angulorum apud baſin, duc per tangentem ſemi baſis: productum duc primò per ſinum anguli maioris apud baſin, & fit inuentum primum. Secundò duc per ſinum minoris anguli, & fit inuentum ſecundum. Hos ergo inuentos diuiſos per quadratum ſinus totius adde, & fit tangens ſemi-aggregati crurum: ſimiliter maiorem à minore ſubſtrahe, & fiet tangens ſemi-differentiæ crurum. Eorum ergo arcuum vtrumque adde, & fiet crus maius: ſimiliter minorem arcum à maiore aufer, & fiet crus minus.

Quinque partium proximarum Trianguli ſphærici datis tribus mediis, vtramque extremam vno opere, & abſque caſuum obſeruatione inquirere.

(*) ANgulorum apud baſin, vt ſinus ſemi-differentiæ, ad ſinum ſemi aggregati: Ita ſinus differentiæ, ad quartum quod eſt aggregatum ſinuum.

Et vt ſinus aggregati, ad hoc aggregatum ſinuum: Ita tangens ſemi-baſis, ad tangentem ſemi-aggregati crurum.

Inde vt ſinus ſemi-aggregati angulorum, ad ſinum ſemi-differentiæ: Ita tangens ſemi-baſis, ad tangentem ſemi-differentiæ crurum.

Horum inuentorum tangentium arcus, è Tabula tangentium extractos adde, & prodibit crus maius: ſic minorem à maiore ſubſtrahe, & prodibit crus minus.

F I N I S.

Digitized by Google

ANNOTATIONES

ALIQVOT

DOCTISSIMI D. HENRICI BRIGGII

IN PROPOSITIONES PRÆMISSAS.

DATO *Arcu dare Logarithmum eius ſinus verſi*] *ad huius propoſitionis finem* *⁎* *ego libenter adiicerem. Et contrà, Dato Logarithmo ſinus verſi, inuenire eius arcum.*

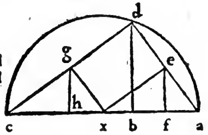
Logarithmo 30:0. 693147, *addatur* Logarithmus *datus ſinus verſi quæſiti: ſemiſſis totius, eſt Logarithmus dimidij arcus quæſiti.*

Vt ſit Logarithmus datus 35791 ſinus verſi ignoti, cuius arcus etiam ignoratur: huic addatur 693147 ſumma erit 728938 cuius ſemiſſis 364469 eſt Logarithmus 43:54′:33″. eſt igitur datus Logarithmi arcus 87:59′:6″. cuius ſinus verſus 9648389.

Si datus fuerit Logarithmus defectiuus ---54321, & quæratur eius ſinus verſus: addatur vt anteà 693147. ſumma (id eſt numerus reliquus, quia ſigna ſunt contraria) erit 638826, cuius ſemiſſis 319413, eſt Logarithmus 46:36′:0″, qui duplicatus eſt 93:13′:0″, cuius ſinus verſus 10558216, cùm ſit maior radio, habet Logarithmum defectiuum ---54321.

DEMONSTRATIO.

cb } ſinus verſi arcuum { cd
ab }   { ad



xc } proport.   xa } proport.   ½ xc ſinus 30:0 } proport.
cg }   ae }   cg ſinus ½ arcus cd }
ch }   af }   cb dupla ch rectæ }

Tandem ſenſi ſextam propoſitionem ſequentem, hoc ipſum eodem prorſus modo præſtare.

Trianguli ſphærici A B D]

Alium modum pro inuentione baſis ſequi poſſumus ſic.

Si Logarithmus ſinus verſi, dati anguli, addatur Logarithmis crurum: ſumma erit Logarithmus differentiæ ſinuum verſorum, differentiæ crurum & baſis quæſitæ. Idcirco per Logarithmum inuentum, quæratur differentia ſinuum verſorum, huic differentiæ addatur ſinus verſus differentiæ crurum, ſumma erit ſinus verſus baſis quæſitæ.

Vt in hoc exemplo: Crura 34. 47, eorum Logarithmi 581261. 312858. Logarithmus ſinus verſi dati anguli defectiuus ---409615, qui additus ſuperioribus (quod fit per ſubductionem, quia ſigna ſunt contraria) dat 484504, Logarithmum differentiæ ſinuum verſorum baſis & differentiæ crurum.

Linea verò huic Logarithmo reſpondens, ſiue ſit ſinus verſus ſiue rectus, eſt 6160057, quæ eſt differentia ſinuum verſorum baſis & differentiæ crurum. Cui, ſi addatur ſinus verſus differentiæ crurum 0256300, ſumma 6416357 erit ſinus verſus baſis quæſitæ: qui ablatus è radio, relinquit 3583643 ſinum rectum complementi baſis 21:0. eſt igitur baſis 69:0.

Et contrà datis tribus lateribus, inuenitur angulus quilibet.

Si è Logarithmo differentia ſinuum verſorum, baſis & differentiæ crurum, auferantur Logarithmi crurum, reliquus erit Logarithmus ſinus verſi anguli quæſiti.

Vt in priori exemplo è Logarithmo 484504 auferatur 894119 reliquus erit Logarithmus defectiuus ---409615 qui dabit nobis ſinũm verſum anguli quæſiti. 110 : 24′ : 49″.

Ex quinque partibus trianguli ſpharici] Hac propoſitio omnino eadem eſſe videtur cum vltima, quæ ad finem adiecta, eodem modo à me notatur ſic (*) Hanc ego præſtantiſſimam eſſe libentiſsimè exiſtimo. Sunt autem tres operationes, quæ in vltima magis ſunt diſtincta, earum duas priores in vnam coniicio, ſic.

Sunto data baſis 69.′6.

Anguli ad baſin	42 : 29′ : 59″	
	31 : 6′ 5′	
	73 : 36 : 4	ſumma
	36 : 48 : 2	ſemi-ſumma
	53 : 11 : 58	comp. ſemiſummæ
	11 : 23 : 54	differentia
	5 : 41 : 57	ſemi-differentia
	84 : 18 : 3	comp. ½ differentiæ

			Logarithmi
1. Prop.	Sinus ſemi-differentiæ	5 : 41′ : 57″	23095560
	Sinus ſemi-aggregati	36 : 48′ : 2″	5124410
	Sinus differentiæ	11 : 23′ : 54″	16213641
	Summa ſinuum		---1757509
2. Prop.	Sinus aggregati	73 : 36′ : 4	415312
	Summa ſinuum		---1757509
	Tangens ſemibaſis	34 : 30 : 0	3750122
	Tang. ½ ſummæ crurum	40 : 30	1577301

			Logarithmi
3. Prop.	Sinus ½ aggregati angulorum	36 : 48′ : 2″	5124410
	Sinus ſemi diffetētiæ angulorũ	5 : 41 : 57″	23095560
	Tangens ſemi baſis	34 30 : 0″	3750122
	Tangens ½ differentiæ crurum	6 : 30″ : 0″	21721272

40:30
6:30
47:0 }
34:0 } crura.

Hæ ſunt operationes ab authore traditæ. Ego verò, vnam pro duabus primis conſtituo, tertiam verò ſeruo.

			Logarithmi
Pro-port.	Sinus compl. ½ ſummæ angulorum	53:11:58	2222368
	Sin.comp. ½ differentiæ angulor.	84:18. 3	49553
	Tangens ſemibaſis	34:30:0	3750122
	Tangens ſemiſummæ crurum	40:30:0	1577307

ALIVD EXEMPLVM.

Suntó datus angulus 47:6.

Crura comprehendentia { 59:35:11
31:6:5

90:41:16 ſumma
45:20:38 ſemi-ſumma
44:39:22 compl. ſemi-ſummæ

28:29:6 differentia
14:14:33 ſemi-differentia
75:45:27 com. ſemi-differentiæ

			Logar.
1.Prop.	Sinus compl. ½ ſummæ crurum	44:39:22	3526118
	Sinus compl. ½ differentiæ crurũ	75:45:27	312192
	Tangens compl. ½ anguli vertic.	66:30	--8328403
	Tang. ½ ſum. angul. ad baſim	72:30	--11452329

			Logar.
2.Prop.	Sinus ſemi ſummæ laterum	45:26:38	3406418
	Sinus ſemi-differentiæ laterum	14:14:33	14023154
	Tangens com. ſemiang. vert.	66:30:0	--8328403
	Tang. ſemidiff. ang. ad baſim	38:30	2288333

72:36
38:30

111: 0 } Anguli ad baſim
34: 0

Atque hæc omnia conſtantiſſimè ſeruantur, ſiue dati fuerint duo anguli, cum latere interiecto: ſiue duo crura, cum angulo comprehenſo. Hoc tantum intereſt, quod tertium proportionis locum, in vtraque operatione: illic, Tangens ſemibaſis occupat: hic, Tangens compl. ſemiſſis anguli verticalis. In his exemplis, ſi Tangens vel ſumma ſinuum, ſit maior Radio circulari: Logarithmus eſt defectiuus, & habet virgulam præcedentem ſic --- 8328403.

Idem aliter]

Hos ergo inuentos diuiſos per quadratum ſinus totius adde) *Ego ſic potiùs ſcriberem, quò res eſſet manifeſtior.* Horum ergo inuentorum, per quadratum ſinus totius diuiſotum, quotos adde, & fiet Tangens, &c.

Hæc propoſitio veriſſima eſt, vt & proxime antecedens; ſed illa per Logarithmos commodiſſimè expeditur, hæc tota, vix poterit Logarithmorum operationes admittere: quia quoti ſunt addendi & auferendi, vt Tangentes inueniantur. Logarithmorum autem vſus cernitur in proportionalibus, & idcircò in multiplicatione & diuiſione: non autem in additione aut ſubductione.

FINIS.